Partie 1 : Algèbre & Fonction Exponentielle (30 min)

Question 1

Pour tout nombre réel x, l'expression $\frac{e^{3x}\times e^{-x}}{e^2}$ est égale à :

- **A)** e^{3x-2} **B)** e^{2x-2}e
- **C)** e^{-3x-2} **D)** e^{2x+2}

Question 2

L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $e^{2x-4}=1$ est :

- **A)** {2} **B)** {4}
- **C)** {0} **D)** ∅

Question 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x-3)e^x$. L'expression f(x) est strictement négative sur l'intervalle :

- **A)**]3;+∞[**B)**]−∞;0[
- **C)**]−∞;3[**D)** R

Question 4

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=e^{-x^2}$. Sa fonction dérivée est $g'(x)=-2xe^{-x^2}$. On peut affirmer que la fonction g est :

- **A)** Strictement croissante sur $\mathbb{R}$
- **B)** Strictement décroissante sur $\mathbb{R}$
- **C)** Strictement croissante sur]−∞;0] et strictement décroissante sur [0;+∞[
- **D)** Strictement décroissante sur]−∞;0] et strictement croissante sur [0;+∞[

Question 5

La courbe représentative de la fonction $f(x)=e^{x-2}$ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées :

- **A)** (0;1) **B)** (0;−1)
- **C)** (1;0) **D)** (0;−2)

Partie 2 : Analyse & Dérivation - Aspects Graphiques (30 min)

Question 6

Une fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. Dans un repère, sa courbe possède au point A(1;4) une tangente horizontale. On en déduit que :

- **A)** f′(4)=0 **B)** f′(1)=4
- **C)** f′(1)=0 **D)** f(0)=1

Question 7

Soit une fonction f telle que f(2)=−1 et f′(2)=3. L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 est :

- **A)** y=3x−7 **B)** y=3x−1
- **C)** y=−x+2 **D)** y=3x+5

Question 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-x$. Le taux de variation de f entre 1 et 3 est égal à :

- **A)** f′(2) **B)** 3
- **C)** 4 **D)** 6

Question 9

On donne ci-dessous le résumé des signes de la dérivée seconde f″ d'une fonction f sur l'intervalle [−2;5] :

- Sur [−2;1[, f″(x)>0 En x=1, f″(1)=0
- Sur]1;5], f″(x)<0

La courbe représentant la fonction f admet un point d'inflexion (la dérivée seconde change de signe) au point d'abscisse :

- **A)** −2 **B)** 1
- **C)** 5 **D)** La courbe n'admet aucun point d'inflexion

Question 10

Si la courbe d'une fonction dérivable f est située entièrement au-dessus de chacune de ses tangentes sur un intervalle I, alors sur cet intervalle :

- **A)** f est décroissante **B)** f est croissante
- **C)** f est convexe (i.e. $f''>0$) **D)** f est concave (i.e. $f''<0$)

Partie 3 : Suites Numériques (Calculs sans calculatrice) (30 min)

Question 11

Pour tout entier naturel n⩾1, la somme $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n$ est égale à :

- **A)** $2^n - 1$ **B)** $2^{n+1} - 1$
- **C)** $\frac{1-2^n}{-1}$ **D)** $2 \times 2^n - 1$

Question 12

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 4$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$. La valeur du terme u_2 est :

- **A)** 3 **B)** 2,5
- **C)** 2 **D)** 1,5

Question 13

Soit la suite (v_n) définie pour tout entier $n \geqslant 1$ par $v_n = 3 - \frac{4}{n}$. Lorsque n prend des valeurs de plus en plus grandes, les termes v_n se rapprochent de :

- **A)** 0 **B)** −4
- **C)** 3 **D)** −∞

Question 14

Chaque année, un collectionneur voit le nombre de ses bandes dessinées augmenter de 5%. Si u_n représente le nombre de BD possédées l'année n, la suite (u_n) est une suite :

A) Arithmétique avec r=0,05 **B)** Géométrique avec q=0,05
C) Géométrique avec q=1,05 **D)** Arithmétique avec r=1,05

Question 15

Pour une suite (w_n), on sait que pour tout entier naturel n, la différence $w_{n+1} - w_n = -n^2 - 1$. On peut en déduire que la suite (w_n) est :

A) Strictement croissante **B)** Strictement décroissante
C) Stationnaire **D)** Non monotone

Partie 4 : Géométrie Vectorielle & Probabilités Conditionnelles

Question 16

Soit ABCD un carré de côté 4. Le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ est égal à :

- **A)** 16 **B)** $16\sqrt{2}$
- **C)** 8 **D)** 0

Question 17

Soit deux vecteurs $\vec{u}$ et v non nuls tels que $\| \vec{u} \| = 3$, $\| \vec{v} \| = 2$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$. L'angle θ entre ces deux vecteurs (en radians) mesure :

- **A)** 0 **B)** $\frac{\pi}{6}$
- **C)** $\frac{\pi}{4}$ **D)** $\frac{\pi}{3}$

Question 18

Deux événements A et B sont tels que P(A)=0,3 et la probabilité de B sachant A est $P_A(B) = 0{,}4$. La probabilité de l'intersection P(A∩B) est égale à :

- **A)** 0,7 **B)** 0,12
- **C)** $\frac{4}{3}$ **D)** 0,012

Question 19

Un système d'alarme peut être activé par deux événements contraires E et E. On donne les probabilités suivantes :
P(E)=0,2 ; $P_E(A) = 0{,}9$ et $P_{\bar{E}}(A) = 0{,}1$.
La probabilité totale P(A) que l'alarme se déclenche est égale à :

- **A)** 0,26 **B)** 0,18
- **C)** 0,08 **D)** 0,50

Question 20

Dans un repère orthonormé, une droite D a pour équation cartésienne $2x - 3y + 5 = 0$. Un vecteur directeur de cette droite est :

- **A)** $\vec{u}\binom{2}{-3}$ **B)** $\vec{u}\binom{-3}{2}$
- **C)** $\vec{u}\binom{3}{2}$ **D)** $\vec{u}\binom{-2}{-3}$

🔑 Correction détaillée (Pour le Professeur)

Question	Réponse	Justification mathématique rapide
Q1	**B**	$\frac{e^{3x} \times e^{-x}}{e^2} = \frac{e^{3x+(-x)}}{e^2} = e^{2x-2}$.
Q2	**A**	$e^{2x-4} = 1 \Leftrightarrow e^{2x-4} = e^0 \Leftrightarrow 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.
Q3	**C**	Pour tout réel x, $e^x > 0$. Le signe dépend de x−3, qui est négatif si x<3.
Q4	**C**	e−x2>0, donc g′(x) a le signe de −2x. Positif sur]−∞;0] et négatif sur [0;+∞[.
Q5	**B**	L'ordonnée à l'origine se calcule pour $x = 0$: $f(0) = e^0 - 2 = 1 - 2 = -1$. Coordonnées : (0;−1).
Q6	**C**	Une tangente horizontale implique un coefficient directeur nul au point d'abscisse, soit f′(1)=0.
Q7	**A**	Formule : y=f′(2)(x−2)+f(2)⟹y=3(x−2)−1=3x−6−1=3x−7.
Q8	**B**	Taux de variation : $\frac{f(3)-f(1)}{3-1}$. Avec f(3)=9−3=6 et f(1)=1−1=0, on obtient $\frac{6-0}{2} = 3$.
Q9	**B**	La dérivée seconde s'annule et change de signe en $x = 1$, ce qui définit un point d'inflexion.
Q10	**C**	Par définition géométrique du cours, une fonction est convexe si sa courbe est au-dessus de ses tangentes.
Q11	**B**	Somme des termes d'une suite géométrique de raison 2 : $\frac{1-2^{n+1}}{1-2} = \frac{1-2^{n+1}}{-1} = 2^{n+1} - 1$.
Q12	**B**	Calcul successif : $u_1 = \frac{1}{2}(4) + 1 = 3$, puis $u_2 = \frac{1}{2}(3) + 1 = 1,5 + 1 = 2,5$.
Q13	**C**	Quand n tend vers l'infini, $\frac{4}{n}$ tend vers 0. Donc v_n se rapproche de 3−0=3.
Q14	**C**	Une augmentation de 5% correspond à un coefficient multiplicateur de $1 + \frac{5}{100} = 1,05$. C'est une suite géométrique.
Q15	**B**	
Q16	**A**	Par projection orthogonale de C sur (AB), on obtient le point B. Ainsi $\overrightarrow{AB} \cdot AC = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}^2 = 4^2 = 16$.
Q17	**D**	Comme $\vec{u}.\vec{v} = \| \vec{u} \| \| \vec{v} \| \cos(\theta)$ On aura $\cos(\theta) = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|} = \frac{1}{2}$ donc $\theta = \frac{\pi}{3}$.
Q18	**B**	Formule des probabilités conditionnelles : $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,3 \times 0,4 = 0,12$.
Q19	**A**	$P(A) = P(E)P_E(A) + P(\bar{E})P_{\bar{E}}(A) = (0,2 \times 0,9) + (0,8 \times 0,1) = 0,18 + 0,08 = 0,26$.
Q20	**C**	Pour une droite d'équation ax+by+c=0, un vecteur directeur est $u\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$. Ici $\begin{pmatrix}-(-3)\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$.