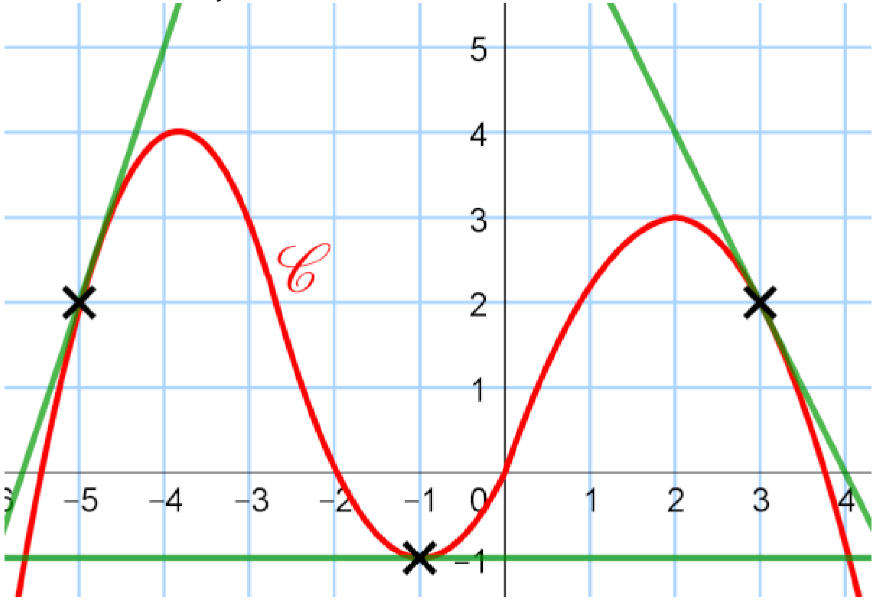
Nom & Prénom : ....

Contrôle : dérivée en un point et probabilités conditionnelles

Exercice 1

Sur la figure ci-dessous on peut voir la représentation graphique $\mathcal{C}$ de la fonction f.



1) Lire sur la figure ci-contre les valeurs suivantes :

$f(-5) =$.................... $f(-1) =$.................... $f(3) =$....................

$f'(-5) =$.................... $f'(-1) =$.................... $f'(3) =$....................

2) Sans justifier donne l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ en $a = -1$
3) A l'aide de la formule du cours déduire de la question 1 les équations des deux autres tangentes.

Exercice 2

Résoudre l'inéquation : $|x - 5| \leq 3$

Exercice 3

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par $g(x) = \frac{5}{x+3}$

1) g est elle dérivable en -2, si oui en déduire $g'(-2)$
2) Donner le domaine de définition de la fonction h qui associe à chaque x de son domaine le réel $\sqrt{10 - 3x}$
3) Prouver que le taux de variation de h entre $2 + h$ et h vaut $\frac{\sqrt{4-3h}-2}{h}$
4) h est elle dérivable en 2 et si oui donner $h'(2)$

Exercice 4

Le magasin décide de prêter gratuitement pendant un jour des vélos à des clients dans l'espoir que cela débouche sur une vente.

· 80% des vélos prêtés sont des vélos électriques.

→Cela débouche sur une vente dans 60% des cas.

· 20% des vélos prêtés sont des vélos mécaniques.

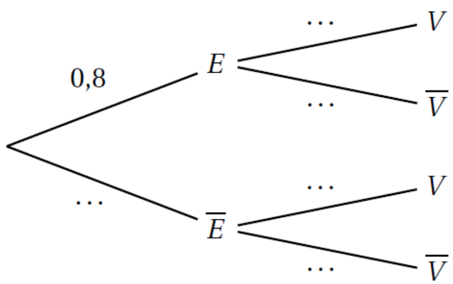
→Cela débouche sur une vente dans 70% des cas.

On choisit au hasard l'un des vélos prêtés. On considère les évènements suivants :

E : « il s'agit d'un vélo électrique »

V : « le prêt débouche sur une vente ».

1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous décrivant la situation.
2. Déterminer la probabilité $P(E \cap V)$.
3. Démontrer que la probabilité que le prêt débouche sur une vente est égale à 0,62.
4. On considère un vélo pour lequel le prêt a débouché sur une vente. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un vélo électrique ? Arrondir à 10^{-3}.



Correction

Exercice 1

1) Lire sur la figure ci-contre les valeurs suivantes :

$f(-5) = 2 \qquad f(-1) = -1 \quad f(3) = 2$

$f'(-5) = 3 \qquad f'(-1) = 0 \qquad f'(3) = -2$

2) (T_{-1}) la tangente à $\mathcal{C}$ en $a = -1$ a pour équation $y = -1$
3) $T_{-5}: y = f'(-5)\big(x - (-5)\big) + f(5) \Leftrightarrow y = 3(x+5) + 2$
$\Leftrightarrow y = 3x + 17$
$T_3: y = f'(3)(x-3) + f(3) \Leftrightarrow y = -2(x-3) + 2$
$\Leftrightarrow y = -2x + 8$

Exercice 2 Résoudre l'inéquation : $|x - 5| \leq 3$

$x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$ Ainsi sur $[5; +\infty[$
$(I_1) \Leftrightarrow x - 5 \leq 3 \Leftrightarrow x \leq 5 + 3 \Leftrightarrow x \leq 8 \Leftrightarrow x \in]-\infty; 8]$
$]-\infty; 8] \cap [5; +\infty[= [5; 8]$ donc elles sont acceptables.
$x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 5$ Ainsi sur $]-\infty; 5]$
$(I_1) \Leftrightarrow -(x-5) \leq 3 \Leftrightarrow -x + 5 \leq 3 \Leftrightarrow 5 - 3 \leq x \Leftrightarrow 2 \leq x$
$\Leftrightarrow x \in [2; +\infty[\cap]-\infty; 5] = [2; 5]$
Ainsi $S = [2; 5] \cup [5; 8] = [2; 8]$

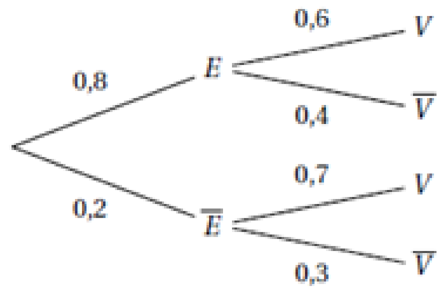
Exercice 3

Soit g la fonction qui à tout x de l'ensemble $\mathbb{R} - \{3\}$ associe le réel :

$$g(x) = \frac{5}{x+3}$$

1) g est elle dérivable en -2, si oui en déduire $g'(-2)$
$g(-2) = \frac{5}{-2+3} = \frac{5}{1} = 5 \qquad g(-2+h) = \frac{5}{-2+h+3} = \frac{5}{1+h}$
$\lim\limits_{h\to 0} \frac{g(-2+h) - g(-2)}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \frac{1}{h}\left(\frac{5}{1+h} - \frac{5}{1}\right) = \lim\limits_{h\to 0} \frac{1}{h}\left(\frac{5}{1+h} - \frac{5(1+h)}{1(1+h)}\right)$
$= \lim\limits_{h\to 0} \frac{-5h}{(1+h)h} = \lim\limits_{h\to 0} \frac{-5}{(1+h)} = -5$
Ainsi g est dérivable en -2 et $g'(-2) = -5$
2) Donner le domaine de définition de la fonction h qui associe à chaque x de son domaine le réel $\sqrt{10 - 3x}$
$\sqrt{10 - 3x}$ est définie si $10 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow 10 \geq 3x \Leftrightarrow \frac{10}{3} \geq x$ ainsi
$D_h =]-\infty; 10/3]$
3) h est elle dérivable en 2 et si oui donner $h'(2)$
$h(2) = \sqrt{10 - 3 \times 2} = \sqrt{4} = 2$
$h(2+h) = \sqrt{10 - 3(2+h)} = \sqrt{4 - 3h}$
$\frac{h(2+h) - h(2)}{h} = \frac{\sqrt{4-3h} - 2}{h}$
4) $\frac{\sqrt{4-3h} - 2}{h} = \frac{(\sqrt{4-3h} - 2)(\sqrt{4-3h} + 2)}{h(\sqrt{4-3h} + 2)} = \frac{\left(\sqrt{4-3h}^2 - 2^2\right)}{h(\sqrt{4-3h} + 2)} = \frac{4 - 3h - 4}{h(\sqrt{4-3h} + 2)} =$
$\frac{-3h}{h(\sqrt{4-3h} + 2)} = \frac{-3}{(\sqrt{4-3h} + 2)}$
Ainsi $\lim\limits_{h\to 0} \frac{h(2+h) - h(2)}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \frac{-3}{(\sqrt{4-3h} + 2)} = \frac{-3}{2+2} = -\frac{3}{4}$
Ainsi h est dérivable en 2 et $h'(2) = -\frac{3}{4}$

Exercice 4



1)
2) $P(E \cap V) = P(E) \times P_E(V) = 0{,}8 \times 0{,}6 = 0{,}48$
3) $P(V) = P(E \cap V) + P(\bar{E} \cap V)$ d'après la formule de probabilités totales
$= 0{,}48 + P(\bar{E}) \times P_{\bar{E}}(V) = 0{,}48 + 0{,}2 \times 0{,}7 = 0{,}48 + 0{,}14 = 0{,}62$
4) $P_V(E) = \frac{P(E \cap V)}{P(V)} = \frac{0{,}48}{0{,}62} \approx 0{,}774$