

Fiches méthode :

Simplifications de racines

Racine isolé

Je décompose le radicande sous forme de produit de facteurs premier, ou de carré s'ils sont apparents.

Après un regroupement je sors tous les nombre au carrés de la racine (il perdront leur exposant en sortant)

$$\begin{aligned}\sqrt{588} &= \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 7^2} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3 \times 7^2} = 2 \times 7\sqrt{3} \\ &= 14\sqrt{3}\end{aligned}$$

Produit de racines

La propriété « le produit de deux racines est la racine du produit » permet de faire la fusion, pour terminer la simplification on se réfèrera au cas précédent.

$$\begin{aligned}\sqrt{60}\sqrt{231} &= \sqrt{60 \times 231} \\ &= \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 7 \times 11} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11} \\ &= 2 \times 3\sqrt{5 \times 7 \times 11} = 6\sqrt{385}\end{aligned}$$

Quotient de racines

Deux cas :

1) Si la racine du dénominateur est isolée ou si elle est un facteur, alors on multipliera le numérateur et dénominateur par cette racine. Simplification instantanée au dénominateur, au numérateur on utilisera la démarche décrit à « produit de racines »

$$\begin{aligned}\frac{7\sqrt{50}}{2\sqrt{45}} &= \frac{7\sqrt{50}\sqrt{45}}{2\sqrt{45}\sqrt{45}} = \frac{7\sqrt{50 \times 45}}{2 \times 45} \\ &= \frac{7\sqrt{2 \times 5^2 \times 5 \times 3^2}}{90} = \frac{7 \times 5 \times 3\sqrt{2 \times 5}}{90} \\ &= \frac{7 \times 5 \times 3\sqrt{10}}{3 \times 3 \times 5 \times 2} = \frac{7\sqrt{10}}{3 \times 2} = \frac{7\sqrt{10}}{6}\end{aligned}$$

2) si la racine du dénominateur est impliquée dans une addition ou une soustraction, on va compléter le dénominateur pour obtenir l'identité remarquable $(a+b)(a-b)$ en le multipliant par la quantité conjuguée du dénominateur (pour compenser on multipliera aussi le numérateur par la même expression)

$$\begin{aligned}\frac{5-3\sqrt{2}}{3-\sqrt{10}} &= \frac{(5-3\sqrt{2})(3+\sqrt{10})}{(3-\sqrt{10})(3+\sqrt{10})} \\ &= \frac{15+5\sqrt{10}-9\sqrt{2}-3\sqrt{2}\sqrt{10}}{3^2-\sqrt{10}^2} \\ &= \frac{15+5\sqrt{10}-9\sqrt{2}-3\sqrt{2} \times 10}{9-10} \\ &= \frac{15+5\sqrt{10}-9\sqrt{2}-3\sqrt{2}^2 5}{-1} \\ &= \frac{15+5\sqrt{10}-9\sqrt{2}-3 \times 2\sqrt{5}}{-1} \\ &= -15 - 5\sqrt{10} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{5}\end{aligned}$$