Entrainement : vecteurs dans un repère

Sauf mention contraire toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1

Soit $R(-2;4)$, $S(-5;-3)$ et $T(7;8)$ trois points dans un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1) Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{RS}$ en justifiant votre calcul (vous devez donner la formule, adaptée à la présente situation, que vous utilisez dans votre calcul.)
2) Donner sans justifier les coordonnées de $\overrightarrow{RT}$ et $\overrightarrow{TS}$
3) Calculer les coordonnées des vecteurs suivants : $5\overrightarrow{RS}$ et $-4\overrightarrow{RT}+3\overrightarrow{TS}$.

Exercice 2

Soit $\overrightarrow{IJ}\binom{-2}{4}$, $\overrightarrow{JK}\binom{5}{-3}$ et $\overrightarrow{LK}\binom{7}{-14}$ trois vecteurs dans un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1) Dire si $\overrightarrow{IJ}\binom{-2}{4}$, $\overrightarrow{JK}\binom{5}{-3}$ sont colinéaires.
2) Que peut-on en déduire sur la figure ? (parle de la relation entre certaines droites)
3) Dire si $\overrightarrow{IJ}\binom{-2}{4}$, $\overrightarrow{LK}\binom{7}{-14}$ sont colinéaires.
4) Que peut-on en déduire sur la figure ? (parle de la relation entre certaines droites)

Exercice 3

Soit LMN un triangle non plat et deux vecteurs $\vec{u}=7\overrightarrow{MN}+2\overrightarrow{ML}$, $\vec{v}=x\overrightarrow{MN}-3\overrightarrow{ML}$.

Sous quelle condition les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ?

Exercice 4

Soit $I(1;-7)$, $J(5;3)$ et $K(11;18)$ trois points. Dire si les trois points sont alignés.

Correction

Exercice 1

Soit $R(-2;4)$, $S(-5;-3)$ et $T(7;8)$ trois points dans un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1) Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{RS}$ en justifiant votre calcul

$$\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}x_S-x_R\\y_S-y_R\end{pmatrix}=\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}-5-(-2)\\-3-4\end{pmatrix}=\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}-3\\-7\end{pmatrix}$$

Variation acceptée : écriture des coordonnées à l'horizontale.
Variations qui coûtent :

- mettre un égal entre le vecteur et ses coordonnées (de même que vous n'êtes pas votre âge, le vecteur n'est pas ses coordonnées.)
- Ne pas indiquer le nom du vecteur avant ses coordonnées.

2) Donner sans justifier les coordonnées de $\overrightarrow{RT}$ et $\overrightarrow{TS}$.

$$\overrightarrow{RT}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}\text{ et }\overrightarrow{TS}\begin{pmatrix}-12\\-11\end{pmatrix}$$

3) Calculer les coordonnées des vecteurs suivants : $5\overrightarrow{RS}$ et $-4\overrightarrow{RT}+3\overrightarrow{TS}$.

$(5\overrightarrow{RS})\begin{pmatrix}5(-3)\\5(-7)\end{pmatrix}=(5\overrightarrow{RS})\begin{pmatrix}-15\\-35\end{pmatrix}$ et

$(-4\overrightarrow{RT}+3\overrightarrow{TS})\begin{pmatrix}-4\times 9+3(-12)\\-4\times 4+3(-11)\end{pmatrix}=(-4\overrightarrow{RT}+3\overrightarrow{TS})\begin{pmatrix}-36-36\\-16-33\end{pmatrix}=(-4\overrightarrow{RT}+3\overrightarrow{TS})\begin{pmatrix}-72\\-49\end{pmatrix}$

Variations qui coûtent : Oublier les parenthèses autour d'une expression contenant des produits et/ou des sommes/différences lorsqu'on en calcule les coordonnées.

Exercice 2

Soit $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{JK}\begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IK}\begin{pmatrix}7\\-14\end{pmatrix}$ trois vecteurs dans un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1) Dire si $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{JK}\begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix}$ sont colinéaires.

   $\det(\overrightarrow{IJ},\overrightarrow{JK})=\begin{vmatrix}-2&5\\4&-3\end{vmatrix}=(-2)(-3)-4\times 5=6-20=-14$

   Les vecteurs ne sont donc pas colinéaires

2) Que peut-on en déduire sur la figure ? (parle de la relation entre certaines droites)

   On en déduit que (IJ) et (JK) ne sont pas parallèles, elles sont sécantes.

3) Dire si $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{LK}\begin{pmatrix}7\\-14\end{pmatrix}$ sont colinéaires.

   $\det(\overrightarrow{IJ},\overrightarrow{LK})=\begin{vmatrix}-2&7\\4&-14\end{vmatrix}=(-2)(-14)-4\times 7=28-28=0$

   Les vecteurs sont donc colinéaires

4) Que peut-on en déduire sur la figure ? (parle de la relation entre certaines droites)

   On en déduit que (IJ) et (LK) sont parallèles.

Exercice 3

Soit LMN un triangle non plat et deux vecteurs $\vec{u}=7\overrightarrow{MN}+2\overrightarrow{ML}$, $\vec{v}=x\overrightarrow{MN}-3\overrightarrow{ML}$.
Sous quelle condition les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ?

Dans $(M;\overrightarrow{MN};\overrightarrow{ML})$ on a : $\vec{u}\begin{pmatrix}7\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x\\-3\end{pmatrix}$ (préciser le repère que vous avez inventé est très important)

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow \det(\vec{u},\vec{v})=0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix}7&x\\2&-3\end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow 7(-3)-2x=0 \Leftrightarrow -21=2x \Leftrightarrow \frac{-21}{2}=x$

Exercice 4

Soit $I(1;-7)$, $J(5;3)$ et $K(11;18)$ trois points. Dire si les trois points sont alignés.

$$\det(\overrightarrow{IJ},\overrightarrow{JK})=\begin{vmatrix}5-1&11-5\\3-(-7)&18-3\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}4&6\\10&15\end{vmatrix}=4\times 15-10\times 6=0$$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{JK}$ sont colinéaires et donc (IJ) et (JK) sont parallèles. Comme elles ont J en commun elles sont aussi confondues, et ainsi I, J et K étant sur la même droite ils sont alignés.