

Nom & Prénom : .....

### Interrogation : vecteurs dans un repère

(sujet A)

Sauf mention contraire toutes les réponses doivent être justifiées.

#### Exercice 1

Soit  $R(-6; 4)$ ,  $S(5; 3)$  et  $T(7; -2)$  trois points dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

- 1) Donner les coordonnées des vecteur  $\overrightarrow{RS}$ ,  $\overrightarrow{RT}$  et  $\overrightarrow{TS}$ , en précisant au moins une fois la formule utilisées (adaptée aux noms des points).
- 2) Calculer les coordonnées du vecteur suivant :

$$-4\overrightarrow{RT} + 3\overrightarrow{TS}.$$

#### Exercice 2

Soit I, J et K trois points d'un repère un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  tels que

$$\overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{JK} \begin{pmatrix} 13 \\ -26 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{LK} \begin{pmatrix} 7 \\ 14 \end{pmatrix}.$$

- 1) I, J et K sont-ils alignés ?
- 2) Que peut-on dire des droites  $(IJ)$  et  $(LK)$ .

#### Exercice 3

Soit ABC un triangle non plat et deux vecteurs :

$$\vec{u} = 6\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BA}, \vec{v} = x\overrightarrow{BC} - 5\overrightarrow{BA}.$$

Sous quelle condition les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires ?

Nom & Prénom : .....

### Interrogation : vecteurs dans un repère

(sujet B)

Sauf mention contraire toutes les réponses doivent être justifiées.

#### Exercice 1

Soit  $A(-2; 4)$ ,  $B(5; 2)$  et  $C(7; 8)$  trois points dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

- 1) Donner les coordonnées des vecteur  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{BC}$ , en précisant au moins une fois la formule utilisées (adaptée aux noms des points).
- 2) Calculer les coordonnées du vecteur suivant :

$$5\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}.$$

#### Exercice 2

Soit I, J et K trois points d'un repère un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  tels que

$$\overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}, \overrightarrow{JK} \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{LK} \begin{pmatrix} 7 \\ -21 \end{pmatrix}.$$

- 1) I, J et K sont-ils alignés ?
- 2) Que peut-on dire des droites  $(IJ)$  et  $(LK)$ .

#### Exercice 3

Soit LMN un triangle non plat et deux vecteurs :

$$\vec{u} = 3\overrightarrow{MN} + 5\overrightarrow{ML}, \vec{v} = x\overrightarrow{MN} + 2\overrightarrow{ML}.$$

Sous quelle condition les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires ?

### Correction

#### Exercice 1

- 1)  $\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} x_S - x_R \\ y_S - y_R \end{pmatrix} = \overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 5 - (-6) \\ 3 - 4 \end{pmatrix} = \overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 11 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\overrightarrow{RT} \begin{pmatrix} 13 \\ -6 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{TS} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$
- 2)  $(-4\overrightarrow{RT} + 3\overrightarrow{TS}) \begin{pmatrix} -4 \times 13 + 3(-2) \\ -4 \times (-6) + 3 \times 5 \end{pmatrix} = (-4\overrightarrow{RT} + 3\overrightarrow{TS}) \begin{pmatrix} -52 - 6 \\ 24 - 15 \end{pmatrix}$   
 $= (-4\overrightarrow{RT} + 3\overrightarrow{TS}) \begin{pmatrix} -58 \\ 9 \end{pmatrix}$

#### Exercice 2

Soit  $\overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $\overrightarrow{JK} \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{LK} \begin{pmatrix} 7 \\ 14 \end{pmatrix}$  trois vecteurs dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1)  $\det(\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{JK}) = \begin{vmatrix} -2 & 13 \\ 4 & -26 \end{vmatrix} = (-2)(-26) - 4 \times 13 = 52 - 52 = 0$

Les vecteurs sont donc colinéaires et donc les droites (IJ) et (JK) sont parallèles et ayant J en commun elles seront confondues et donc les points I, J et K sont alignés

2) Dire si  $\overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $\overrightarrow{LK} \begin{pmatrix} 7 \\ -14 \end{pmatrix}$  sont colinéaires.

$$\det(\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{LK}) = \begin{vmatrix} -2 & 7 \\ 4 & 14 \end{vmatrix} = (-2)14 - 4 \times 7 = -28 - 28 = -56$$

Les vecteurs ne sont donc pas colinéaires et donc les droites (IJ) et (LK) ne sont pas parallèles.

#### Exercice 3

Soit ABC un triangle non plat et deux vecteurs :

$$\vec{u} = 6\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BA}, \vec{v} = x\overrightarrow{BC} - 5\overrightarrow{BA}.$$

Sous quelle condition les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires ?

Dans  $(B; \overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA})$  on a :  $\vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ -5 \end{pmatrix}$

$$\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont colinéaires} \Leftrightarrow \det(\vec{u}, \vec{v}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 6 & x \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 6(-5) - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow -30 = 2x \Leftrightarrow -15 = x$$

### Correction

#### Exercice 1

- 1)  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 - (-2) \\ 2 - 4 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$
- 2)  $(5\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}) \begin{pmatrix} 5 \times 7 - 3 \times 9 \\ 5 \times (-2) - 3 \times 4 \end{pmatrix} = (5\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}) \begin{pmatrix} 35 - 27 \\ -10 - 12 \end{pmatrix}$   
 $= (5\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}) \begin{pmatrix} 8 \\ -22 \end{pmatrix}$

#### Exercice 2

Soit I, J et K trois points d'un repère un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  tels que  $\overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ ,  $\overrightarrow{JK} \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{LK} \begin{pmatrix} 7 \\ -21 \end{pmatrix}$ .

1)  $\det(\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{JK}) = \begin{vmatrix} -2 & 9 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = (-2)2 - 6 \times 9 = -4 - 36 = -40$

Les vecteurs ne sont donc pas colinéaires et donc les droites (IJ) et (JK) ne sont pas parallèles, elles se coupent en J et les points I, J et K ne sont pas alignés

2) Dire si  $\overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ ,  $\overrightarrow{LK} \begin{pmatrix} 7 \\ -21 \end{pmatrix}$  sont colinéaires.

$$\det(\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{LK}) = \begin{vmatrix} -2 & 7 \\ 6 & -21 \end{vmatrix} = (-2)(-21) - 6 \times 7 = 42 - 42 = 0$$

Les vecteurs sont donc colinéaires et donc (IJ) // (LK).

#### Exercice 3

Soit LMN un triangle non plat et deux vecteurs :

$$\vec{u} = 3\overrightarrow{MN} + 5\overrightarrow{ML}, \vec{v} = x\overrightarrow{MN} + 2\overrightarrow{ML}.$$

Sous quelle condition les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires ?

Dans  $(M; \overrightarrow{MN}; \overrightarrow{ML})$  on a :  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont colinéaires} \Leftrightarrow \det(\vec{u}, \vec{v}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 3 & x \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3 \times 2 - 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow 6 = 5x \Leftrightarrow \frac{6}{5} = x$$