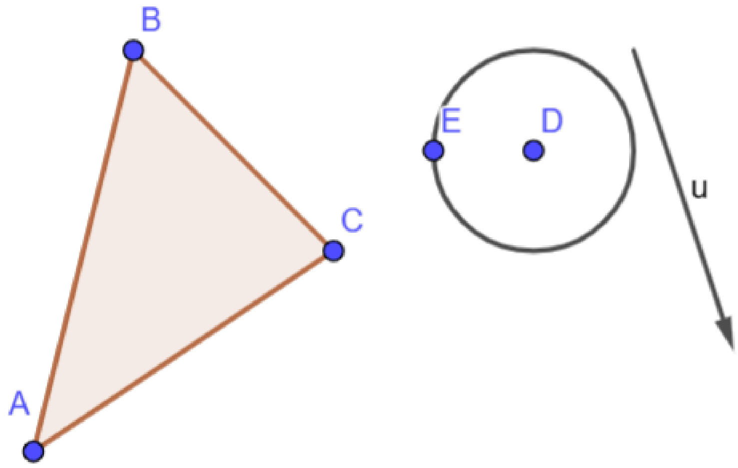
Nom & Prénom : ……

Devoir surveillé : Vecteur 1
Sujet Fenêtre

Exercice 1

1)
Tracer les images du triangle ABC et du cercle de centre D et de rayon ED par la translation de vecteur $\vec{u}$

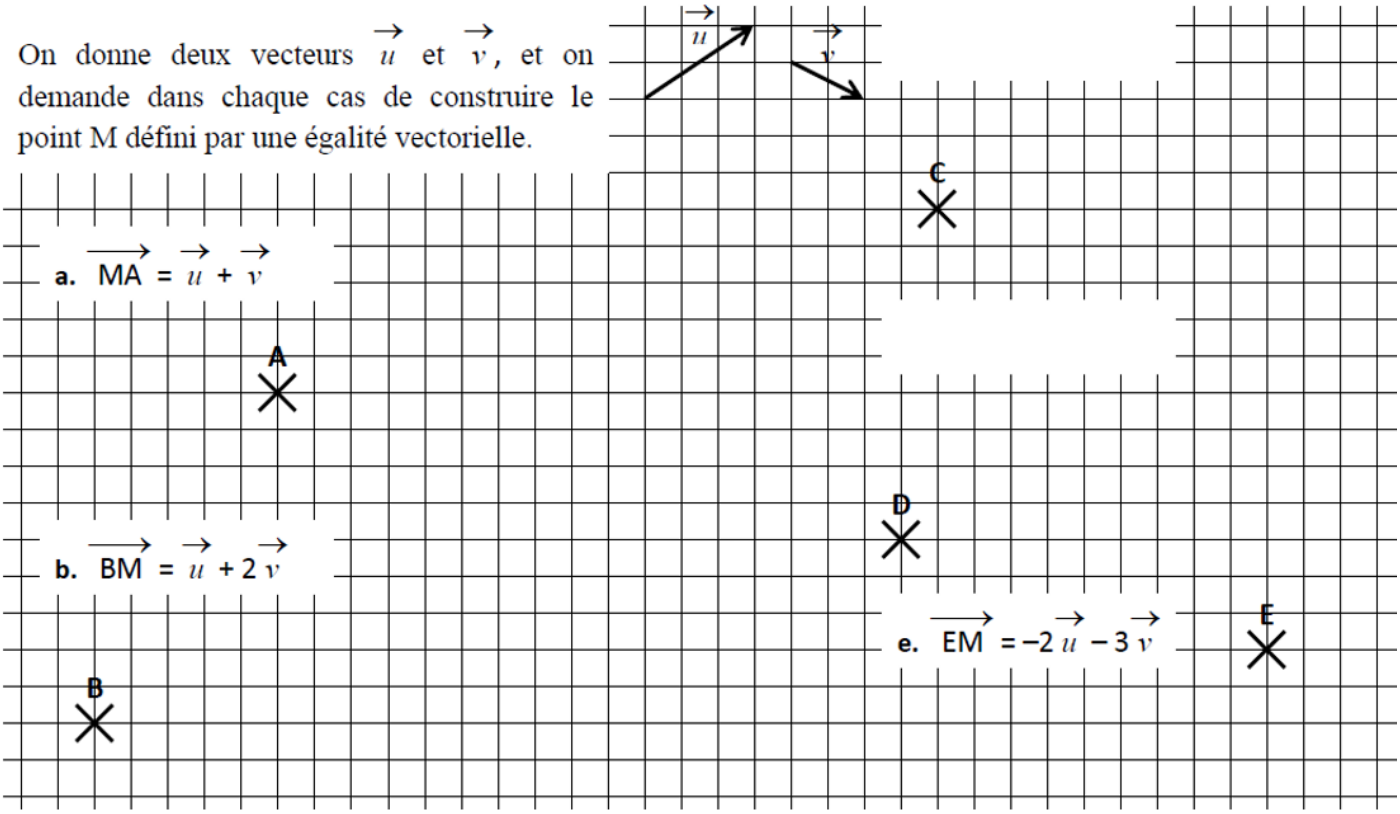


2) Par quelle transformation peut-on remplacer la translation $t_{\overrightarrow{AB}}$ suivie par $t_{\overrightarrow{BC}}$?

………………………………………………………………………
………………………………………………………………………
………………………………………………………………………
………………………………………………………………………

Exercice 2

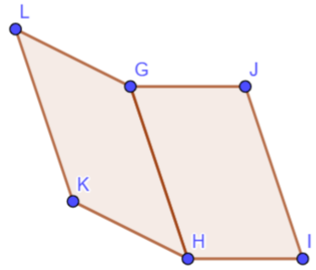
On donne deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, et on demande dans chaque cas de construire le point M défini par une égalité vectorielle.



Exercice 3

Dans la figure ci-contre GHIJ et GHKL sont des parallélogrammes. Le but de l'exercice est de prouver que $\overrightarrow{JL} = \overrightarrow{IK}$

1) Prouver que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KL}$



……

……

……

2) Que peut-on en déduire quant à la nature du quadrilatère IJLK.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

3) Conclure

………

Exercice 4

1) Simplifier le plus possible l'écriture des vecteurs proposés (penser à indiquer l'étape de mise dans le bon ordre s'il y en a une d'utilisée) :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ = ………………………………………………… $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB}$ = …………………………………………………

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$ = ……………………………………………………………………………………………

$2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CA}$ = ……………………………………………………………………………………………

2) Compléter les égalités vectorielles sur votre copie :

$\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{\ldots S}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{\ldots\ldots}$

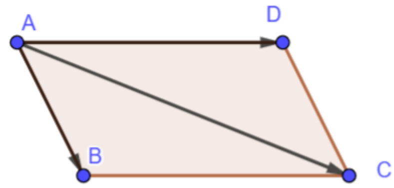
$\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{BS} + \overrightarrow{\ldots\ldots} + \overrightarrow{AB}$ $\qquad$ $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{\ldots\ldots.} + \overrightarrow{FL} + \overrightarrow{\ldots\ldots}$

$\overrightarrow{GO} = \overrightarrow{AV} + \overrightarrow{\ldots\ldots.} + \overrightarrow{LO} + \overrightarrow{\ldots\ldots}$ $\qquad$ $\overrightarrow{JV} = \overrightarrow{\ldots.V} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{\ldots\ldots.} + \overrightarrow{\ldots.O}$

Exercice 5

Une propriété du cours nous dit : **ABCD parallélogramme ⇔ $\boldsymbol{\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}$**

Prouvez l'implication directe (⇒) ou la réciproque (⇐)



……

……

………

………

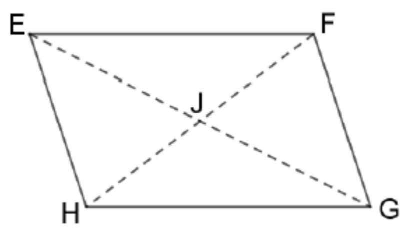
Exercice 6

1) soit [AZ] un segment de milieu M, donner une égalité vectorielle caractéristique de cette situation.

………

On considère un parallélogramme EFGH de centre J.

2) Simplifier au maximum le vecteur : $\overrightarrow{EJ} + \overrightarrow{FJ} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{HJ}$ (à détailler)



……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

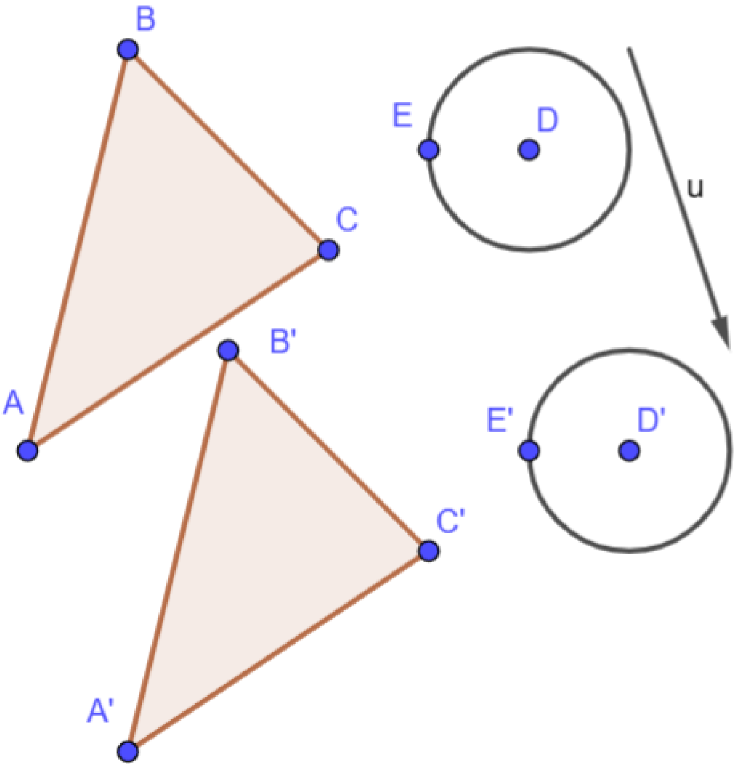
3) Montrer que $\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GH} = 2\overrightarrow{GJ}$.

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

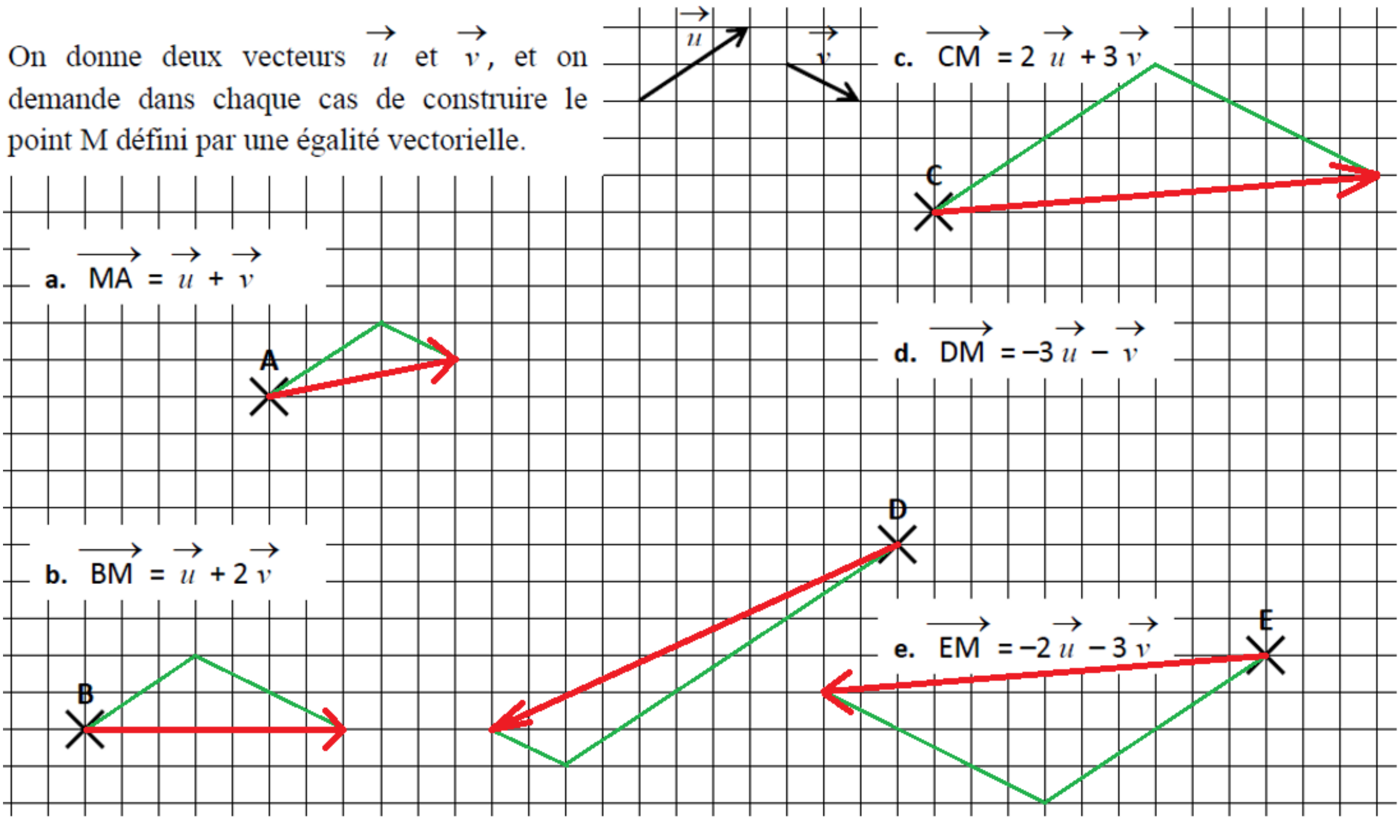
Correction

Exercice 1



$t_{\overrightarrow{AC}}$

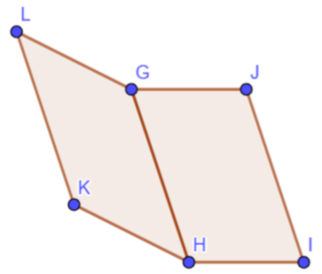
Exercice 2



Exercice 3

Dans la figure ci-contre GHIJ et GHKL sont des parallélogrammes. Le but de l'exercice est de prouver que $\overrightarrow{JL} = \overrightarrow{IK}$

1) Prouver que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KL}$



GHIJ est un parallélogramme donc $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{HG}$
GHKL est un parallélogramme $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{KL}$
$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{HG}$ et $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{KL}$ donc $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KL}$

2) Que peut-on en déduire quant à la nature du quadrilatère IJLK.

$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KL}$ donc IJLK est un parallélogramme

3) Conclure

IJLK est un parallélogramme donc $\overrightarrow{JL} = \overrightarrow{IK}$

Exercice 4

1) Simplifier le plus possible l'écriture des vecteurs proposés :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$

$2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\right) + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$

2) Compléter les égalités vectorielles sur votre copie:

$\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TS}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TB}$

$\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{BS} + \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GC}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FL} + \overrightarrow{LC}$

$\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{JV} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{VC} + \overrightarrow{AJ}$

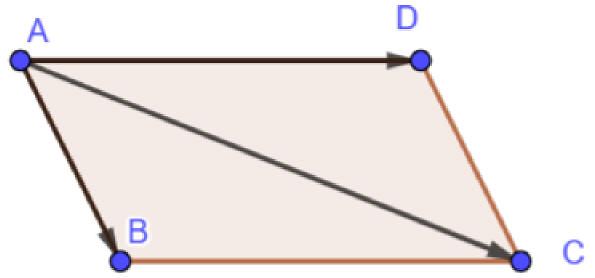
$\overrightarrow{GO} = \overrightarrow{AV} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{LO} + \overrightarrow{VL}$

$\overrightarrow{JV} = \overrightarrow{EV} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{JO}$

$\overrightarrow{RV} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{UG} + \overrightarrow{CV} + \overrightarrow{RU}$

$\overrightarrow{WH} = \overrightarrow{YH} + \overrightarrow{WO} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MY}$

Exercice 5



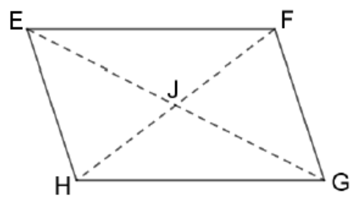
(⇒) Soit ABCD un parallélogramme.
La relation de Chasles nous donne $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
Comme ABCD un parallélogramme $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ et donc
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
(⇐) Soit ABCD tel que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
Alors $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$
⇔ ABCD est un parallélogramme

Exercice 6

1) soit [AZ] un segment de milieu M ⇔ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MZ}$

On considère un parallélogramme EFGH de centre J.
2) Simplifier au maximum le vecteur : $\overrightarrow{EJ} + \overrightarrow{FJ} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{HJ}$ (à détailler)

$\overrightarrow{EJ} + \overrightarrow{FJ} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{HJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FH} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{HF}$



$= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{HF}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{HF}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{EE} + \overrightarrow{FF}\right) = \vec{0}$

3) Montrer que $\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GH} = 2\overrightarrow{GJ}$.

Comme EFGH est un parallélogramme $\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{GE}$

Comme J est le milieu de $[GE]$ on aura $\overrightarrow{GE} = 2\overrightarrow{GJ}$ et donc $\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GH} = 2\overrightarrow{GJ}$