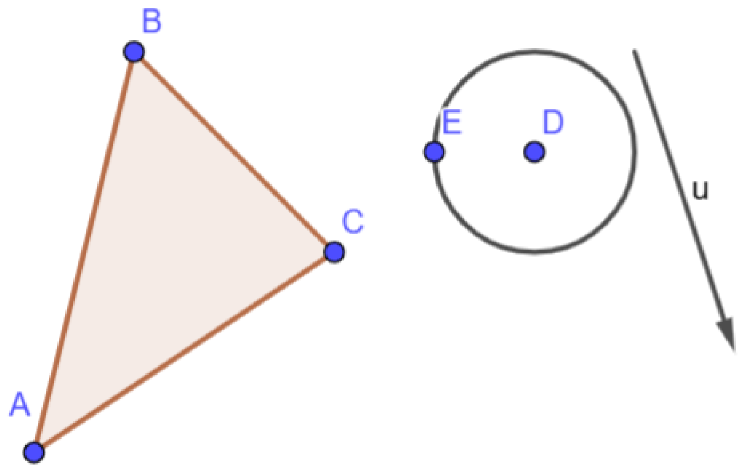
Nom & Prénom : …….

Devoir surveillé : Vecteur 1
Sujet Ordinateur

Exercice 1

1)

Tracer les images du triangle ABC et du cercle de centre D et de rayon ED par la translation de vecteur $\vec{u}$



2) Par quelle transformation peut-on remplacer la translation $t_{\overrightarrow{AB}}$ suivie par $t_{\overrightarrow{CA}}$?

……………………………………………………………………

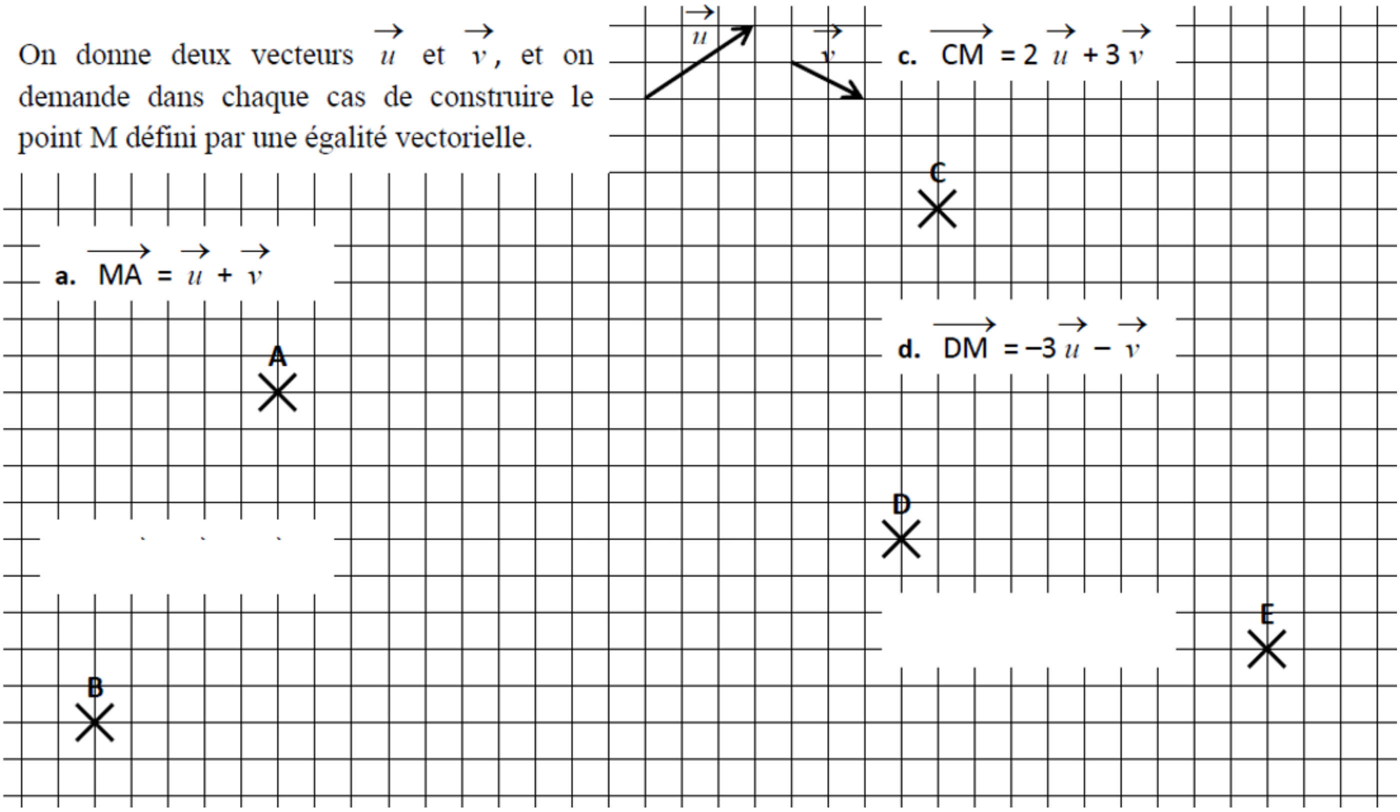
……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

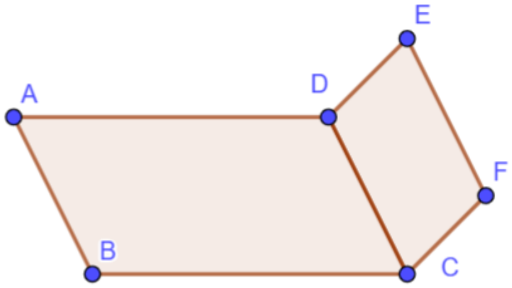
Exercice 2

On donne deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, et on demande dans chaque cas de construire le point M défini par une égalité vectorielle.



Exercice 3

Dans la figure ci-contre ABCD et CDEF sont des parallélogrammes. Le but de l'exercice est de prouver que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BF}$



1) Prouver que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

2) Que peut-on en déduire quant à la nature du quadrilatère ABFE.

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

3) Conclure

……

Exercice 4

1) Simplifier le plus possible l'écriture des vecteurs proposés (penser à indiquer l'étape de mise dans le bon ordre s'il y en a une d'utilisée) :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ = ……………………………………………… $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB}$ = ………………………………………………

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$ = ………………………………………………………………………………

$2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CA}$ = ………………………………………………………………………………

2) Compléter les égalités vectorielles sur votre copie :

$\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{...S}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{......}$

$\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{C\,...} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{G\,...}$

$\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{JV} + \overrightarrow{........} + \overrightarrow{....C} + \overrightarrow{A....}$

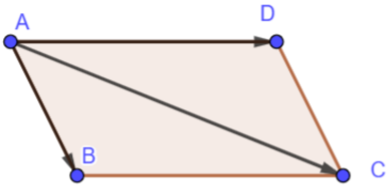
$\overrightarrow{WH} = \overrightarrow{YH} + \overrightarrow{.......} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{.........}$

$\overrightarrow{RV} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{.......} + \overrightarrow{....V} + \overrightarrow{....U}$

Exercice 5

Une propriété du cours nous dit : **ABCD parallélogramme ⇔ $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$**

Prouvez l'implication directe (⇒)ou la réciproque (⇐)



………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

……

……

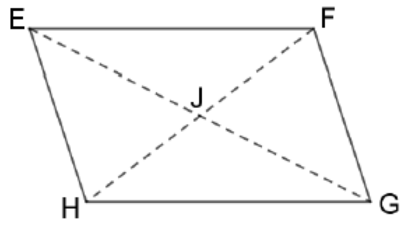
Exercice 6

1) soit [RS] un segment et T un point vérifiant : $\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{TS}$ décrire le placement de T par rapport à $[RS]$

……

On considère un parallélogramme EFGH de centre J.

2) Simplifier au maximum le vecteur : $\overrightarrow{EJ} + \overrightarrow{FJ} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{HJ}$ (à détailler)



………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

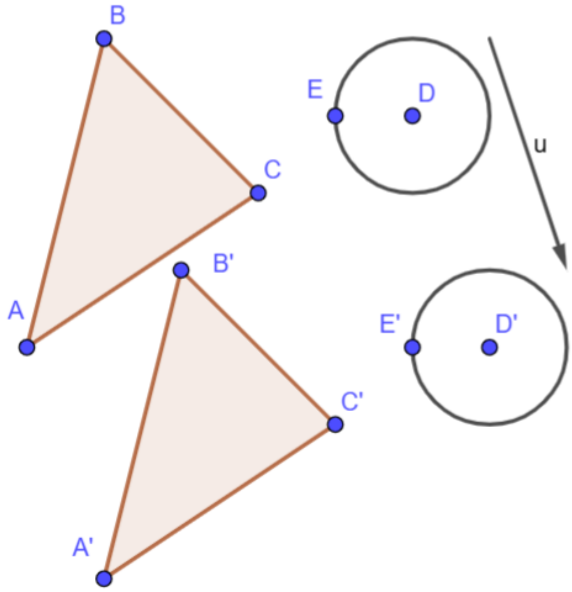
3) Montrer que $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HG} = 2\overrightarrow{HJ}$.

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

Correction

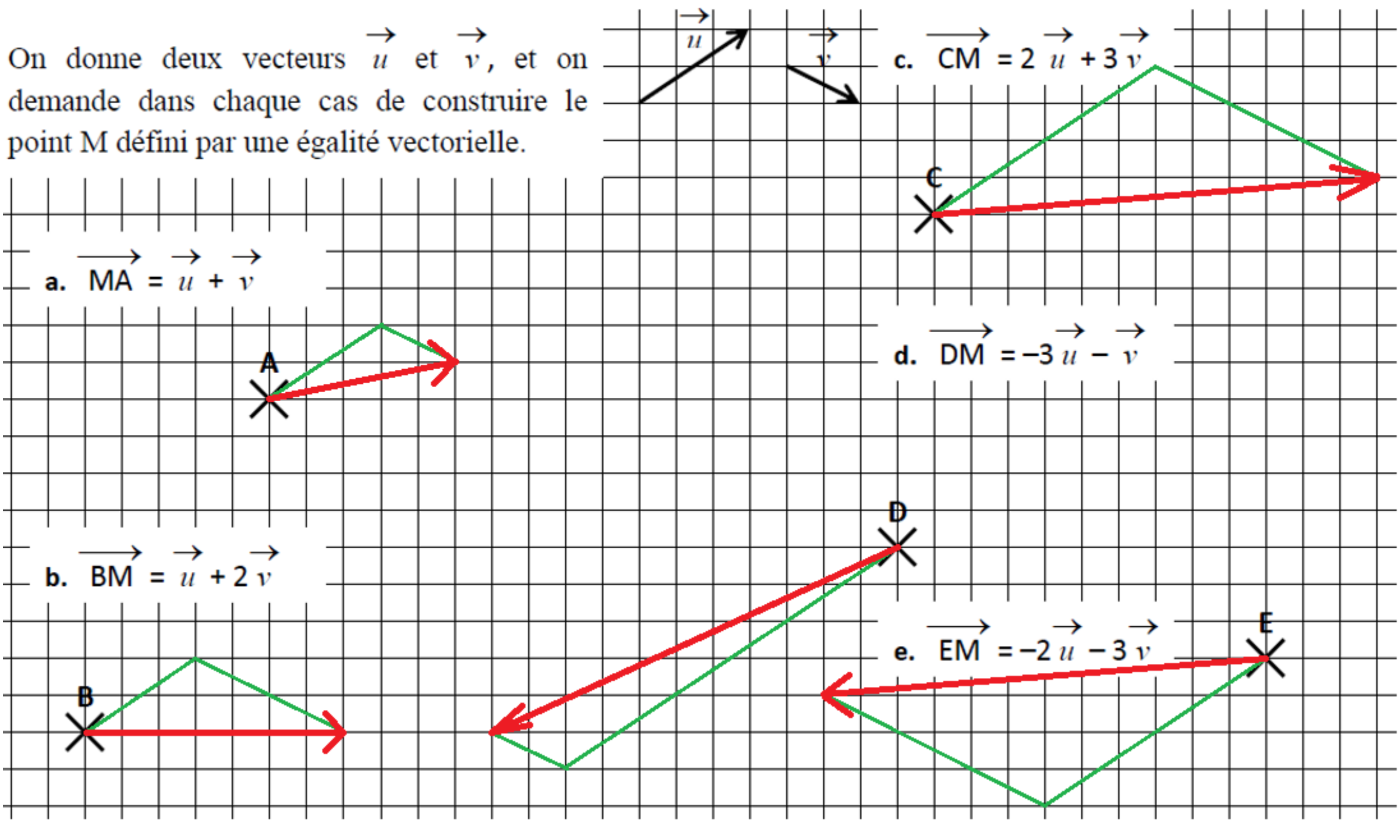
Exercice 1



$t_{\overrightarrow{CB}}$

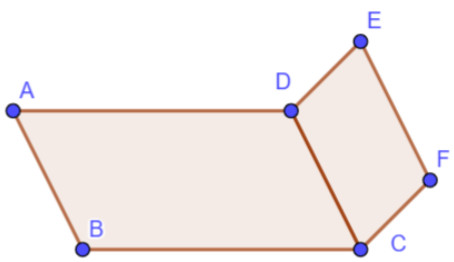
Exercice 2

On donne deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, et on demande dans chaque cas de construire le point M défini par une égalité vectorielle.



Exercice 3

Dans la figure ci-contre ABCD et CDEF sont des parallélogrammes. Le but de l'exercice est de prouver que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$



1) Prouver que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$

ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

CDEF est un parallélogramme donc $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DC}$ donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$

2) Que peut-on en déduire quant à la nature du quadrilatère ABFE.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ donc ABFE parallélogramme

3) Conclure

ABFE parallélogramme donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BF}$

Exercice 4

1) Simplifier le plus possible l'écriture des vecteurs proposés :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$

$2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\right) + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$

2) Compléter les égalités vectorielles sur votre copie :

$\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TS}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TB}$

$\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{BS} + \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GC}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FL} + \overrightarrow{LC}$

$\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{JV} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{VC} + \overrightarrow{AJ}$

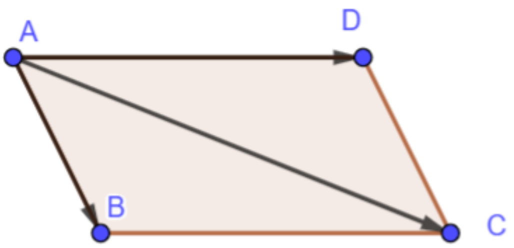
$\overrightarrow{GO} = \overrightarrow{AV} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{LO} + \overrightarrow{VL}$

$\overrightarrow{JV} = \overrightarrow{EV} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{JO}$

$\overrightarrow{RV} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{UG} + \overrightarrow{CV} + \overrightarrow{RU}$

$\overrightarrow{WH} = \overrightarrow{YH} + \overrightarrow{WO} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MY}$

Exercice 5



($\Rightarrow$) Soit ABCD un parallélogramme.

La relation de Chasles nous donne $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

Comme ABCD un parallélogramme $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ et donc

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

($\Leftarrow$) Soit ABCD tel que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

Alors $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$

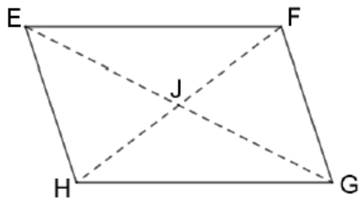
$\Leftrightarrow$ ABCD est un parallélogramme

Exercice 6

1) $\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{TS} \Leftrightarrow$ T milieu de $[RS]$

On considère un parallélogramme EFGH de centre J.

2) Simplifier au maximum le vecteur : $\overrightarrow{EJ} + \overrightarrow{FJ} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{HJ}$ (à détailler)



$\overrightarrow{EJ} + \overrightarrow{FJ} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{HJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FH} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{HF}$

$= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{HF}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{HF}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{EE} + \overrightarrow{FF}\right) = \vec{0}$

3) Montrer que $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HG} = 2\overrightarrow{HJ}$.

Comme EFGH est un parallélogramme $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{HF}$

Comme J est le milieu de $[HF]$ on aura $\overrightarrow{HF} = 2\overrightarrow{HJ}$ et donc $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HG} = 2\overrightarrow{HJ}$