Calculs littéraux

Gestion des parenthèses

Pour supprimer des parenthèses il faut faire attention de s'assurer qu'elles ne sont pas multipliées par une expression quelconque, le cas échéant, il faudra d'abord développer le produit avant de pouvoir s'attaquer à ces parenthèses.
Dans le cas contraire :

- Si la parenthèse est précédée du signe plus ou d'aucun signe je peux supprimer les parenthèses et réécrire les éléments qu'elles contenaient avec leur signe inchangé.
- Si la parenthèse est précédée du signe moins alors j'enlève ce moins, les parenthèses et je change les signes de tous les éléments qui étaient à l'intérieur des parenthèses

Exercice 1 simplifier les expressions suivantes

$A = 5 + (3x + 2)$ $B = 13x - 4 - (5x - 7)$
$C = 24x - 7 + (-2x + 3)$ $D = 12 - (-2x + 7 - 3y) + 4y$
$E = (-7x + 4) - (-4 - 5x)$ $F = (-3 - 7x) + (-5x + 1) - (5 + 13x)$

Développements & Factorisations

Définitions :

- Factoriser une somme d'éléments, c'est trouver un moyen de l'exprimer comme étant le produit de leur facteur commun par une parenthèse contenant tous les éléments qui étaient multipliés par ce facteur.
- Développer une expression, c'est transformer les produits contenant des parenthèses en somme d'éléments.

Pour factoriser et développer on utilise les mêmes formules, seul le sens d'utilisation change

Formules de 5ème

- $k(a + b) = ka + kb$ $k(a - b) = ka - kb$

Exemple :

Développer $A = 5(13x - 7)$ et $B = 3x(8 - 5y + 7z)$
$= 5 \times 13x - 5 \times 7$ $= 3x8 - 3x5y + 3x7z$
$= 65x - 35$ $=24x - 15xy + 21xz$

Exercice 2 Développer et simplifier les expressions suivantes

$G = 3(4x + 4)$ $H = (7x - 5)8x$ $I = 11x - 3(2 - 7x)$

Exemple :

factoriser $A = 5x - 5y$, $B = 13y + 13$ et $C = 15 - 3z$
$A = 5(x - y)$ $B = 13y + 13 \times 1$ $= 3 \times 5 - 3 \times z$
$= 13(y + 1)$ $= 3(5 - z)$

Exercice 3 Factoriser les expressions suivantes

$A = 3x + 3y$ $B = 8 - 4x$
$C = 12 + 6x + 10y$ $D = 15y - 15$
$E = 66 - 22y + 55x$ $F = 7 + 7x + 21y$

Formules de de 3ème

- $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Nouvelles formules

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Tapez une équation ici.

Remarques :

Les trois dernières formules sont appelées identités remarquables.
On ne peut se servir de la première formule pour factoriser.
Si on veut utiliser celle-ci avec des moins à l'intérieur, il suffit faire attention au signe précédent chaque expression et de respecter la règle des signes au moment de faire le produit

Exemples

Développer $A = (5x + 3)(2 + 4x)$ $B = (7x - 4)(-2 - 5x)$ $C = (5x + 3)^2$
$A = 5x \times 2 + 5x \times 4x + 3 \times 2 + 3 \times 4x = 10x + 20x^2 + 6 + 12x$
$= 20x^2 + 22x + 6$
$B = (7x - 4)(-2 - 5x) = -14x - 35x^2 + 8 + 20x = -35x^2 + 6x + 8$
$C = (5x)^2 + 2(5x)(3) + 3^2 = 25x^2 + 30x + 9$

Exercice 5 Développer et simplifier les expressions suivantes

$J = (11x + 3)(2 + 7x)$ $K = (11x - 3)(2 - 7x)$
$L = (-4 + 3y)(-2x + 7)$ $M = (5x + 4)^2$
$N = (7 - 3x)^2$ $O = (8x - 7)(8x + 7)$
$P = (13x - 1)^2$ $Q = (3 + 8y)^2$
$R = (12x - 4)(12x + 4)$

Exercice 6

Développer les expressions suivantes :

$A = (5x + 3)(2x - 5)$ $B = (7x - 5)(7x + 5)$ $C = 3x(5x - 3)$

$D = (11x - 13)^2$ $E = (14z - 15)^2$ $F = (7 + 8y)^2$

$G = (3x^2 - 4)^2$ $H = (5x - 3)(-7x + 4)2x$

Exemple

Factoriser $A = 49 - 14x + x^2$ $B = 16y^2 - 81$ $C = 64 + 100z^2 + 160z$

$A = 7^2 - 2 \times 7 \times x + x^2 = (7 - x)^2$

$B = (4y)^2 - 9^2 = (4y - 9)(4y + 9)$

$C = 8^2 + (10z)^2 + 2 \times 8 \times 10z = 8^2 + 2 \times 8 \times 10z + (10z)^2$

$(8 + 10z)^2$

Exercice 7

Factoriser les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables

$G = x^2 + 2x + 1$ $H = 4 - 12y + 9y^2$

$I = 16 - 25x^2$ $J = 1 - y^4 = 1 - (y^2)^2 = \ldots$

$K = 100x^2 + 140xy + 49y^2$ $L = 144x^2 + 264x + 121$

$M = 81y^2 - 108y + 36$

Exercice 8

Factoriser les expressions suivantes :

$A = 7x - 49$ $B = 15z - 15 + 30y$

$C = 1 - 4z^2$ $D = 25x^2 - 81z^4$

$E = 100 + 120w + 36w^2$ $F = 49z^2 - 42z + 9$

$G = 81x^2 + 121 + 198x$ $H = -200x + 25 + 400x^2$

Exercice 9

Les 5 questions suivantes sont indépendantes.

1. Calculer, en fonction de x, l'aire d'un carré de côté $2x + 1$.

2. ABC est un triangle rectangle en A. On a $AB = x + 1$, $AC = x + 2$.
Calculer BC^2 en fonction de x.

3. Soit ABC est tel que : $BC^2 = 5x^2 + 16x + 31$, $AB = x + 5$, $AC = 2x + 2$.
Ce triangle peut-il être rectangle en A ? Justifier.

4. Le côté d'un carré mesure x cm. Rodrigo affirme que lorsqu'on augmente le côté de ce carré de 2 cm, son aire augmente de $4 \times x\ cm^2$. A-t-il raison ?

5. Quand on augmente le côté d'un carré de 1 mètre, l'aire du carré augmente de 5 m^2 . Quelle est la longueur du côté du carré au départ ?

Exercice 10

Compléter $(5x - \ldots)^2 = \ldots - \ldots + 121$

$(7 + \ldots)(7 - \ldots) = \ldots - 81x^2$ $(13x + \ldots)^2 = \ldots + 130x + \ldots$

Exercice 11 Développer et simplifier

$S = (6x - 4) + 7(3x + 4)$ $T = (7 - 4x)4 - (3 - 7x)$

$U = 5x - 3 - (4x - 4)(9x + 1)$ $V = (2x + 3)^3$

$W = 5x(2x - 3)(4x + 2)$

Exercice 12

Factoriser au maximum mes expressions suivantes

$N = 16 - 8z^2 + z^4$

$O = (2x - 5)^2 - (4 + 7x)^2$

$P = 3x^2 + 6x + 3 = 3(x^2 + 2x + 1) =$

$Q = 50 - 8x^2$

$R = 490x^2 - 420x + 90$

$S = (2x - 5)7x - 8(2x - 5)$

$T = (8x - 11) - 7x(8x - 11)$

$U = (1 - 3x)^2 - 2(1 - 3x)(5 + x) + (5 + x)^2$

$V = (2x - 3)5x + (-2x + 3)7$

$W = (5 - 7x)7x - (5 - 7x)y - (7x - 5)8$

Astuce pour les V et W : $(5x - 4)$ et $(-5x + 4)$ sont des expressions opposées, on a donc $(-5x + 4) = -(5x - 4) = (-1)(5x - 4)$

De plus $(-5x + 4) = (4 - 5x)$