

PENSE-BÊTE : FACTORISATION

1. Par facteur commun

On met en évidence ce qui est commun à tous les termes (nombre, lettre, expression).

- Exemple :

$$15x + 25 = 5(3x + 5)$$

$$3a^2b - 6ab^2 + 9abc = 3ab(a - 2b + 3c)$$

2. Identités remarquables

- Carré d'une somme

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- Carré d'une différence

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- Différence de carrés

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

- Forme développée d'un trinôme carré parfait

$$ax^2 + 2abx + b^2 = (ax + b)^2$$

3. Différence de deux carrés camouflée

- Exemple :

$$4p^2 - 25q^2 = (2p - 5q)(2p + 5q)$$

$$(6c - 5)^2 - (7x)^2 = (6c - 5 - 7x)(6c - 5 + 7x)$$

4. Factorisation par regroupement

On groupe les termes pour faire apparaître un facteur commun.

- Exemple :

$$(x+3)(y+2) + 5(x+3) = (x+3)(y+7)$$

$$(5x-2y)(x+1) - (3x+7y)(x+1) = (x+1)(2x-9y)$$

5. Reconnaissance de "formes cachées"

Parfois, une identité remarquable se cache à l'intérieur d'une autre.

- Exemple :

$$\begin{aligned} 36c^2 - 60c + 25 - 49x^2 &= (6c-5)^2 - (7x)^2 \\ &= (6c-5-7x)(6c-5+7x) \end{aligned}$$

$$(x+1)^2 - (y-3)^2 = (x-y+4)(x+y-2)$$

FICHE D'EXERCICES – FACTORISATION (série 1)

Exercice 1 : Facteur commun

1. $15x + 25$

2. $12y^2 - 18y$

3. $7a^2b - 14ab^2$

4. $8m^3n + 12m^2n^2$

5. $(x+3)(y+2) + 5(x+3)$

6. $(2a-1)(3b+4) - 7(2a-1)$

7. $(5x-2y)(x+1) - (x+1)(3x+7y)$

8. $(8-3x)7x + (3x-8)4$

Exercice 2 : Identités remarquables

1. $x^2 + 10x + 25$

2. $a^2 - 16$

3. $18m^2 - 48m + 32$

4. $4p^2 - 25q^2$

5. $(2x-3)^2 - (11+5x)^2$

6. $(7x+3)^2 - 2(7x+3)(5-8x) + (5-8x)^2$

7. $(36c^2 - 60c + 25) - 49x^2$

8. $(x^2 + 2x + 1) - (y^2 - 6y + 9)$

Exercice 3 : Mix

1. $5x^2 + 10x$

2. $(x+2)^2 - (x-2)^2$

3. $3a^2b - 6ab^2 + 9abc$

4. $(x-4)121y^2 - (x-4)169$

5. $(2x+5)^2 - (3-2x)^2$

6. $(x^2+2x+1)(y^2-9) - (y-3)(y+3)(x^2+2x+1)$

7. $(4m^2 - 12m + 9) - (25n^2 - 30n + 9)$

8. $(7x-2y)(3z+5) - (3z+5)(4y-7x)$

CORRECTION DÉTAILLÉE

Exercice 1 : Facteur commun

1. $15x + 25 = 5 \times 3x + 5 \times 5 = 5 \times (3x + 5)$

Explication : J'ai reconnu un facteur commun, je l'ai écrit et dans une parenthèse j'ai écrit tout ce qui restait de l'expression

2. $12y^2 - 18y = 6y2y - 6y3 = 6y(2y - 3)$

3. $7a^2b - 14ab^2 = 7ab(a - 2b)$

4. $8m^3n + 12m^2n^2 = 4m^2n(2m + 3n)$

5. $(x+3)(y+2) + 5(x+3) = (x+3)(y+2+5) = (x+3)(y+7)$

6. $(2a-1)(3b+4) - 7(2a-1) = (2a-1)[(3b+4) - 7] = (2a-1)(3b-3) = 3(2a-1)(b-1)$

7. $(5x-2y)(x+1) - (x+1)(3x+7y) = (x+1)[(5x-2y) - (3x+7y)] = (x+1)(2x-9y)$

8. $(8-3x)7x + (3x-8)4 = (8-3x)7x - (8-3x)4 = (8-3x)(7x-4)$

Exercice 2 : Identités remarquables

1. $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$

Explication :

J'ai reconnu l'identité remarquable $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Je reconnais en x^2 et en 25 deux carrés : a^2 et b^2 , j'en déduis que $a=x$ et que $b=5$. L'élément central $10x$ me permet de vérifier mon travail si je l'obtiens en faisant $2ab$ tout va bien, or $2ab = 2x5 = 10x$ parfait. Ma réponse sera donc $(a + b)^2$ où je remplace a par x et b par 5

2. $a^2 - 16 = a^2 - 4^2 = (a-4)(a+4)$

3. $18m^2 - 48m + 32 = 2(9m^2 - 24m + 16) = 2(3m-4)^2$

J'ai tenté de voir a^2 en $18m^2$ et b^2 en 32, ça n'a pas l'air de marcher. Je regarde mieux et vois un facteur commun 2, une fois factoriser retour à la méthode 1.

4. $4p^2 - 25q^2 = (2p)^2 - (5q)^2 = (2p-5q)(2p+5q)$

5. $(2x-3)^2 - (11+5x)^2 = [(2x-3) - (11+5x)][(2x-3) + (11+5x)] = (2x-3-11-5x)(2x-3+11+5x) = (-3x-14)(7x+8)$

6. $(7x+3)^2 - 2(7x+3)(5-8x) + (5-8x)^2 = [(7x+3) - (5-8x)]^2 = (7x+3-5+8x)^2 = (15x-2)^2$

7. $(36c^2 - 60c + 25) - 49x^2 = (6c-5)^2 - (7x)^2 = (6c-5-7x)(6c-5+7x)$

8. $(x^2+2x+1) - (y^2-6y+9) = (x+1)^2 - (y-3)^2 = (x+1-(y-3))(x+1+(y-3)) = (x-y+4)(x+y-2)$

Exercice 3 : Mix

1. $5x^2 + 10x = 5x(x+2)$

2. $(x+2)^2 - (x-2)^2 = [(x+2) - (x-2)][(x+2) + (x-2)] = (4)(2x) = 8x$

3. $3a^2b - 6ab^2 + 9abc = 3ab(a - 2b + 3c)$

4. $(x-4)121y^2 - (x-4)169 = (x-4)(121y^2-169) = (x-4)((11y)^2-13^2) = (x-4)(11y-13)$

5. $(2x+5)^2 - (3-2x)^2 = (2x+5 - (3-2x))(2x+5 + (3-2x)) = (2x+5-3+2x)(2x+5+3-2x) = (4x+2)(8) = 8(2x+1)$

6. $(x^2+2x+1)(y^2-9) - (y-3)(y+3)(x^2+2x+1) = (x^2+2x+1)(y^2-9 - (y-3)(y+3)) = (x^2+2x+1)(0) = 0$

7. $(4m^2 - 12m + 9) - (25n^2 - 30n + 9) = (2m-3)^2 - (5n-3)^2 = [(2m-3) - (5n-3)][(2m-3) + (5n-3)] = (2m-5n)(2m+5n-6)$

8. $(7x-2y)(3z+5) - (3z+5)(4y-7x) = (3z+5)[(7x-2y) - (4y-7x)] = (3z+5)(14x-6y) = 2(7x-3y)(3z+5)$