Contrôle : fractions (Sujet A)

Exercice 1 : Vocabulaire

1) Quel est la relation entre écriture fractionnaire et fraction ?
2) On fait la division euclidienne de *a* par *b* et on obtient : $a = c \times b + d$
Comment appelle-t-on les nombres a et d ?

Exercice 2

Simplifier les calculs suivants :

$A = (+8) + (-3) - (+2) - (+4) - (-1)$

$B = 12 + 3(8 - (6 + 5 - (4 - 12 \div 4 \times 2) + 24 \div 6) + 9 \div 3)$

Exercice 3

Effectuer les calculs suivants et simplifier la fraction obtenue

$C = \frac{14}{15} + \frac{6}{5}$ $D = \frac{-9}{11} \times \frac{5}{6}$ $E = \frac{35}{14} \times \frac{2}{25}$

$G = \frac{9}{5} \div \frac{15}{2}$ $H = \frac{1}{5} - \frac{5}{4} \div \frac{7}{3} + \frac{9}{5} \times \frac{1}{6}$ $I = \frac{3-\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{3}{5}}$

Exercice 4

1) Est-ce que 1 234 568 et 987 654 sont premiers entre eux ?
2) Déterminer $PGCD(1\,234\,568; 987\,654)$.
3) En déduire la simplification de $\frac{1\,234\,568}{987\,654}$ en fraction irréductible.

Pour les élèves en difficultés devant les très grands nombres vous pouvez remplacer les questions 2 et 3 de l'exercice par ce qui suit (ça rapportera moins de points)

2) Déterminer $PGCD(187; 85)$.
3) En déduire le résultat de $\frac{3}{187} + \frac{2}{85}$ sous forme de fraction irréductible.

Contrôle : fractions (Sujet B)

Exercice 1 : Vocabulaire :

1) Quand dit-on que deux nombres sont premiers entre eux ?
2) On fait la division euclidienne de *a* par *b* et on obtient : $a = c \times b + d$
Comment appelle-t-on les nombres b et c ?

Exercice 2

Simplifier les calculs suivants :

$A = -(+5) - (-2) - (+3) + (-4) + (+6)$

$B = 10 + 2(15 - (8 + 3 - (6 - 10 \div 5 \times 3) + 36 \div 4) + 18 \div 2)$

Exercice 3

Effectuer les calculs suivants et simplifier la fraction obtenue

$C = \frac{14}{15} - \frac{6}{5}$ $D = \frac{4}{11} \times \frac{5}{-6}$ $E = \frac{25}{14} \times \frac{2}{35}$

$G = \frac{5}{9} \div \frac{15}{2}$ $H = \frac{7}{5} + \frac{5}{4} \div \frac{7}{3} - \frac{9}{5} \times \frac{7}{6}$ $I = \frac{3+\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}-\frac{3}{5}}$

Exercice 4

1) Est-ce que 750 045 et 750 015 sont premiers entre eux ?
2) Calculer $PGCD(750\,045\,; 750\,015)$ en utilisant la méthode des divisions euclidiennes successives.
3) En déduire la simplification de $\frac{750\,045}{750\,015}$ en fraction irréductible.

Pour les élèves en difficultés devant les très grands nombres vous pouvez remplacer les questions 2 et 3 de l'exercice par ce qui suit (ça rapportera moins de points)

2) Déterminer $PGCD(143; 195)$.
3) En déduire le résultat de $\frac{3}{143} + \frac{2}{195}$ sous forme de fraction irréductible.

Correction Sujet A

Exercice 1 : Vocabulaire

1) une fraction est une écriture fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont des entiers.
2) a est le dividende et d est le reste.

Exercice 2

A=(+8)+(−3)−(+2)−(+4)−(−1) = 8−3−2−4+1 = 5−2−4+1 = 3−4+1 = −1+1 =0

B=12+3(8−(6+5−(4−12÷4×2)+24÷6)+9÷3) =12+3(8−(6+5−(4−3×2)+4)+3)

=12+3(8−(6+5−(4−6)+4)+3) =12+3(8−(6+5−(−2)+4)+3)

=12+3(8−(6+5+2+4)+3) =12+3(8−17+3)

=12+3(8−17+3) =12+3×(−6)

=12−18 =−6

Exercice 3

$$C = \frac{14}{15} + \frac{6}{5} = \frac{14}{15} + \frac{6\times3}{5\times3} = \frac{32}{15}$$

$$D = \frac{-9}{11} \times \frac{5}{6} = \frac{-1\times3\times3\times5}{11\times3\times2} = \frac{-15}{22}$$

$$E = \frac{35}{14} \times \frac{2}{25} = \frac{5\times7\times2}{2\times7\times5\times5} = \frac{1}{5}$$

$$G = \frac{9}{5} \div \frac{15}{2} = \frac{9}{5} \times \frac{2}{15} = \frac{3\times3\times2}{5\times3\times5} = \frac{6}{25}$$

$$H = \frac{1}{5} - \frac{5}{4} \div \frac{7}{3} + \frac{9}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{5} - \frac{5}{4} \times \frac{3}{7} + \frac{3\times3}{5} \times \frac{1}{3\times2} = \frac{1\times4\times7}{5\times4\times7} - \frac{5\times3\times5}{4\times7\times5} + \frac{3\times7\times2}{5\times2\times2\times7} = \frac{28}{140} - \frac{75}{140} + \frac{42}{140} = -\frac{5}{140} = -\frac{1}{28}$$

$$I = \frac{3-\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{3}{5}} = \frac{\frac{3\times3}{1\times3}-\frac{2}{3}}{\frac{1\times5}{4\times5}+\frac{3\times4}{5\times4}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{17}{20}} = \frac{7}{3} \div \frac{17}{20} = \frac{7}{3} \times \frac{20}{17} = \frac{140}{51}$$

Exercice 4

1) On remarque que A et B sont tous les deux pairs (ils se terminent par 8 et 4). Donc 2 divise A et B, donc A et B ont au moins le diviseur commun 2 : ils ne sont pas premiers entre eux.

2) Calcul du PGCD par l'algorithme d'Euclide (divisions successives).

On effectue les divisions successives $a = qb + r$:

- Division 1 : $1\,234\,568 = 1 \times 987\,654 + 246\,914$
- Division 2 : $987\,654 = 3 \times 246\,914 + 246\,912$
- Division 3 : $246\,914 = 1 \times 246\,912 + 2.$
- Division 4 : $246\,912 = 123\,456 \times 2 + 0$ Donc $PGCD(A;B) = 2.$

3) Simplification de la fraction $\frac{A}{B}$.

On divise numérateur et dénominateur par leur PGCD :

$$\frac{1\,234\,568}{987\,654} = \frac{1\,234\,568 \div 2}{987\,654 \div 2} = \frac{617284}{493827}$$

2)

$187 = 2 \times 85 + 17$

$85 = 5 \times 17 + 0$ donc $PGCD(187;85) = 17$

3)

$$\frac{3}{187} + \frac{2}{85} = \frac{3}{17\times11} + \frac{2}{17\times5} = \frac{3\times5}{17\times11\times5} + \frac{2\times11}{17\times5\times11} = \frac{15+22}{935} = \frac{37}{935}$$

Correction : Sujet B

Exercice 1 : Vocabulaire :

1) deux nombres sont premiers entre eux quand leur pgcd vaut 1.
2) b=diviseur et c est le quotient.

Exercice 2

B=−(+5)−(−2)−(+3)+(−4)+(+6)=−5+2−3−4+6=−3−3−4+6=−6−4+6=−10+6=−4

C=10+2(15−(8+3−(6−10÷5×3)+36÷4)+18÷2) =10+2(15−(8+3−(6−2×3)+9)+9).

C=10+2(15−(8+3−(6−6)+9)+9). =10+2(15−(8+3−0+9)+9).

C=10+2(15−20+9). =10+2×4.

C=10+8 =18

Exercice 3

$$C=\frac{14}{15}-\frac{6}{5}$$
$$=\frac{14}{15}-\frac{6\times3}{5\times3}=\frac{-4}{15}$$

$$D=\frac{4}{11}\times\frac{5}{-6}$$
$$=\frac{2\times2\times5}{11\times(-1)\times3\times2}=\frac{10}{-33}$$

$$E=\frac{25}{14}\times\frac{2}{35}$$
$$=\frac{5\times5\times2}{2\times7\times7\times5}=\frac{5}{49}$$

$$G=\frac{5}{9}\div\frac{15}{2}$$
$$=\frac{5}{9}\times\frac{2}{15}$$
$$=\frac{5\times2}{3\times3\times3\times5}$$
$$=\frac{2}{27}$$

$$H=\frac{7}{5}+\frac{5}{4}\div\frac{7}{3}-\frac{9}{5}\times\frac{7}{6}$$
$$=\frac{7}{5}+\frac{5}{4}\times\frac{3}{7}-\frac{3\times3}{5}\times\frac{7}{3\times2}$$
$$=\frac{7\times4\times7}{5\times4\times7}+\frac{5\times3\times5}{4\times7\times5}-\frac{3\times7\times7\times2}{5\times2\times2\times7}$$
$$=\frac{196}{140}+\frac{75}{140}-\frac{294}{140}=\frac{-23}{140}$$

$$I=\frac{3+\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}-\frac{3}{5}}$$
$$=\frac{\frac{3\times3}{1\times3}+\frac{2}{3}}{\frac{1\times5}{4\times5}-\frac{3\times4}{5\times4}}$$
$$=\frac{\frac{11}{3}}{\frac{-7}{20}}=\frac{11}{3}\div\frac{-7}{20}$$
$$=\frac{11}{3}\times\frac{20}{-7}=\frac{220}{-21}$$

Exercice 4

1) Ils ne sont pas premiers entre eux.

On remarque immédiatement que A et B se terminent par 5. Donc 5 divise A et B. Ainsi A et B ont au moins le diviseur commun 5 : ils ne sont pas premiers entre eux.

2) Calcul du PGCD par l'algorithme d'Euclide (divisions successives).

On effectue les divisions $a=q\cdot b+r$ jusqu'à obtenir un reste 0.

- Division 1 :$750\,045=1\times750\,015+30$,
- Division 2 : $750\,015=25\,000\times30+15$,.
- Division 3 : $30=2\times15+0$..

Quand le reste devient 0, le dernier reste non nul est le PGCD. Ici le dernier reste non nul est 15. Donc $PGCD(A;B)=15$.

3) Simplification de la fraction $\frac{A}{B}$.

On divise numérateur et dénominateur par leur PGCD 15 : $\frac{750\,045}{750\,015}=\frac{750\,045\div15}{750\,015\div15}=\frac{50\,003}{50\,001}$

2)

$195=1\times143+52$

$143=2\times52+39$

$52=1\times39+13$

$39=3\times13+0$ donc $PGCD(143;195)=13$

$$\frac{3}{143}+\frac{2}{195}=\frac{3}{13\times11}+\frac{2}{13\times15}=\frac{3\times15}{13\times11\times15}+\frac{2\times11}{13\times15\times11}=\frac{45}{2185}+\frac{22}{2185}=\frac{77}{2185}$$