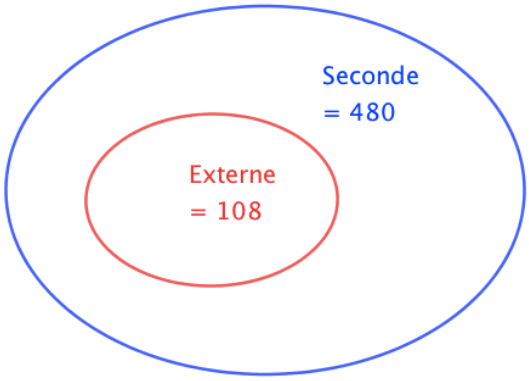
INFORMATION CHIFFRÉE

Partie 1 : Proportion et pourcentage

1. Proportion

Exemple :
Sur les 480 élèves inscrits en classe de 2nde, 108 d'entre eux sont externes.



La **population totale** des élèves de 2nde compte 480 élèves. C'est la population de référence.
La **sous-population** des élèves externes compte 108 élèves.

- La **proportion** d'élèves externes parmi tous les élèves de 2nde est :

$p = \frac{108}{480} = \frac{9}{40} = 0{,}225.$

Cette proportion peut s'exprimer en **pourcentage** : $p = 22{,}5\ \%$.

- Parmi les 480 élèves de 2nde, 15 % ont choisi l'option grec.

$15\ \%\ de\ 480$ ont choisi l'option grec, soit :

$15\ \% \times 480 = \frac{15}{100} \times 480 = 72$ élèves.

Méthode : Associer effectif, proportion et pourcentage

Une société de 75 employés compte 12 % de cadres et le reste d'ouvriers.
35 employés de cette société sont des femmes et 5 d'entre elles sont cadres.
a) Calculer l'effectif des cadres.
b) Calculer la proportion de femmes dans cette société.
c) Calculer la proportion, en %, de cadres parmi les femmes. Les femmes cadres sont-elles sous ou surreprésentées dans cette société ?

Correction

a) $12\ \%$ de $75 = \frac{12}{100} \times 75 = 9.$
Cette société compte 9 cadres.

b) La proportion de femmes est donc égale à $p_1 = \frac{35}{75} = \frac{7}{15} \approx 0{,}47$.
La société compte environ $47\ \%$ de femmes.

c) La population de référence est maintenant « les femmes ».
La proportion de cadres parmi les femmes est égale à $p_2 = \frac{5}{35} = \frac{1}{7} \approx 0{,}14 = 14\%$.
$14\ \% > 12\ \%$ donc les femmes cadres sont surreprésentées dans cette société.

Exercice 1
Une classe de 31 élèves comporte 14 garçons et 17 filles.
Quel est le pourcentage de garçons, quel est le pourcentage de filles ?

Correction : garçons $\frac{14}{31} \approx 0{,}4516 \approx 45{,}16\%$ filles $\frac{17}{31} \approx 0{,}5484 \approx 54{,}84\%$

Exercice 2
Lors d'une enquête auprès de jeunes (18-25 ans) on a interrogé 700 garçons et 1100 filles sur leur soirée du 31/12/2024 au 01/01/2025.
On a obtenu les réponses suivantes :
Pour les garçons 4% ont passé le réveillon chez leurs parents, 20% ont passé le réveillon au restaurant, tous les autres ont passé le réveillon chez des amis.
Pour les filles 18% ont passé le réveillon chez leurs parents, 30% ont passé le réveillon au restaurant, toutes les autres ont passé le réveillon chez des amis.
1°) Reproduire et compléter le tableau suivant :

Réveillon \ Sexe	Garçons	Filles	Total
chez leurs parents			
au restaurant			
chez des amis			
Total	700	1100	

2°) Calculer le pourcentage des garçons ayant passé le réveillon chez des amis.
Calculer le pourcentage des filles ayant passé le réveillon chez des amis.
3°) Calculer le pourcentage de jeunes ayant passé le réveillon chez leurs parents.
4°) Il y a 20% des garçons et 30% des filles qui ont passé le réveillon au restaurant.
Peut-on, en faisant la moyenne, affirmer que 25% des jeunes ont passé le réveillon au restaurant ?

Correction :
1°)

Réveillon \ Sexe	Garçons	Filles	Total
chez leurs parents	28	198	226
au restaurant	140	330	470
chez des amis	532	572	1104
Total	700	1100	1800

2°) 76% ; 52% 3°) » 12,55% 4°) non, il y en a 470 sur 1800 soit » 26,11%

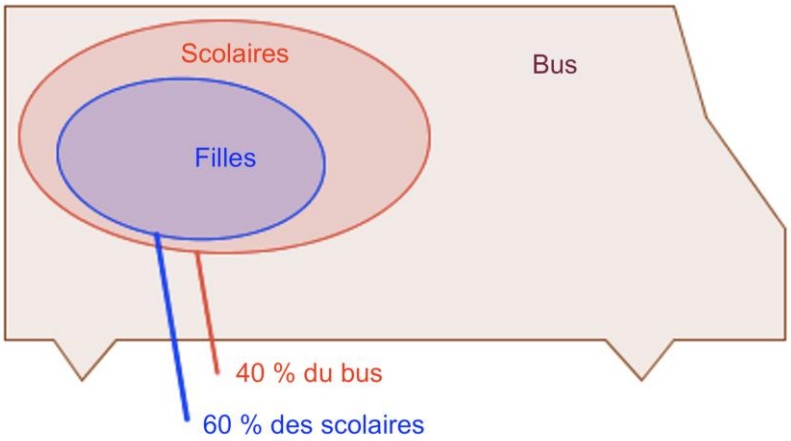
Exercice 3
La sécurité sociale rembourse aux assurés une partie du prix de leurs médicaments en utilisant certains pourcentages : Médicaments "de confort" : remboursement de 35%
Médicaments "normaux" : remboursement de 65%
Médicaments "coûteux" : remboursement de 100%
Calculer le montant des remboursements sur les médicaments suivants dont les prix sont les suivants :

Catégorie "de confort" 6,40 € ; 3,20 € ; 32 €
Catégorie "normaux" 2,40 € ; 10,60 € ; 32 €
Catégorie "coûteux" 50,50 € ; 22,20 € ; 32 €

Correction : confort : 2,24€ 1,12€ 11,2€ normaux 1,56€ 6,89€ 20,8€ coûteux 50,50€ 22,2€ 32€

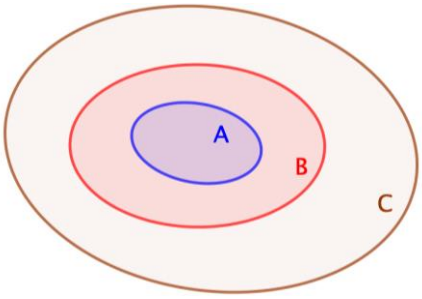
2. Pourcentage de pourcentage

Exemple :
Dans un bus, il y a 40 % de scolaires. Et parmi les scolaires, 60 % sont des filles.



La proportion de scolaires filles dans le bus est donc égale à :
$60\ \%\ de\ 40\ \% = 60\ \% \times 40\ \% = 0{,}6 \times 0{,}4 = 0{,}24 = 24\ \%$.
Il y a donc 24 % de filles scolaires dans le bus.

Propriété :
A⊂B et B⊂C.
p_1 est la proportion de A dans B.
p_2 est la proportion de B dans C.
Alors $p_1 \times p_2$ est la proportion de A dans C.



Remarque :
Pour calculer un pourcentage de pourcentage, on multiplie les pourcentages entre eux.

Méthode : Calculer un pourcentage de pourcentage
Sur 67 millions d'habitants en France, 66 % de la population est en âge de travailler (15-64 ans).
La population active représente 70 % de la population en âge de travailler.
a) Calculer la proportion de population active par rapport à la population totale.
b) Combien de français compte la population active ?

Correction
a) Le pourcentage de population active par rapport à la population totale est égal à :
$70\ \% \times 66\ \% = 0{,}7 \times 0{,}66 = 0{,}462 = 46{,}2\ \%$.

46,2 % des français sont actifs.

b) $46{,}2\ \%\ de\ 67 = 0{,}462 \times 67 = 30{,}954$.
La France compte environ 31 millions d'actifs.

Exercice 4
Les deux tiers des garçons d'une classe font de l'espagnol.

1) sachant que trois quarts des élèves sont des garçons, quelle est la proportion de garçons faisant de l'espagnol dans la classe.
2) Si de plus on sait qu'il y a 36 élèves dans cette classe, donner le nombre de garçons et le nombre de garçon faisant de l'espagnol.

Correction
$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ainsi la moitié des élèves de la classe sont des garçons faisant de l'espagnol
$\frac{3}{4} \times 36 = 27$ il y a donc 27 garçons dans la classe. $\frac{1}{2} \times 36 = 18$ il y a donc 18 garçons faisant de l'espagnols dans la classe.

Exercice 5
Lorsqu'il va chez son cardiologue M. X paye 23€ pour la consultation. 70% de ce montant lui est remboursé par la sécurité sociale. Sur le montant restant à sa charge après remboursement de la sécurité sociale, sa mutuelle lui rembourse 80%. Quel pourcentage du prix de la consultation a-t-il finalement payé ?

Correction
Il a payé 20% de 30% de la consultation, c'est-à-dire 0,20 x 0,30) 0,06) 6%

Partie 2 : Évolution exprimée en pourcentage

1. Calculer une évolution

Propriétés :

- Augmenter un nombre de t % revient à le multiplier par $\mathbf{1 + \frac{t}{100}}$.
- Diminuer un nombre de t % revient à le multiplier par $\mathbf{1 - \frac{t}{100}}$.

Les nombres obtenus sont appelés les **coefficients multiplicateurs et sont souvent notés « c »**.
Pour trouver t à partir de c : $t = (c - 1)100$

Exemples :

Taux d'évolution	Coefficient multiplicateur
$+ 38\ \%$	$1 + 0{,}38 = 1{,}38$
$+ 5\ \%$	$1 + 0{,}05 = 1{,}05$
$- 45\ \%$	$1 - 0{,}45 = 0{,}55$
$- 4\ \%$	$1 - 0{,}04 = 0{,}96$

Méthode : Appliquer une augmentation ou une diminution en %
a) Le prix d'un blouson qui coutait 160 € est réduit de 35 %.
Calculer le nouveau prix du blouson.
b) Le prix d'un survêtement qui coûtait 49 € est augmenté de 8 %.
Calculer le nouveau prix du survêtement.
Correction
a) 160 € est le nombre de départ. Le prix est diminué de 35 %.
Diminuer un nombre de **35 %**, revient à le multiplier par $\mathbf{1 - 0{,}35}$.
Calcul du nouveau prix après diminution :

$160 \times (1 - 0{,}35)$
$= 160 \times 0{,}65$
$= 104$ €.
Le nouveau prix du blouson est de 104 €.

b) 49 € est le nombre de départ. Le prix est augmenté de 8 %.
Augmenter un nombre de **8 %**, revient à le multiplier par $\mathbf{1 + 0{,}08}$.
Calcul du nouveau prix après augmentation :
$49 \times (1 + 0{,}08)$
$= 49 \times 1{,}08$
$= 52{,}92$ €.
Le nouveau prix du survêtement est de $52{,}92$ €.

Exercice 6
Donner les coefficients multiplicateurs associés à :
1°) une augmentation de 7% 2°) une augmentation de 43%
3°) une diminution de 12% 4°) une diminution de 5%
5°) une augmentation de 0,3% 6°) une diminution de 0,25%

Correction
1,07 ; 1,43 ; 0,88 ; 0,95 ; 1,003 ; 0,9975

Exercice 7
Donner les variations en pourcentage associées aux coefficients multiplicateurs :
1,12 ; 1,035 ; 0,977 ; 1,72 ; 0,23 ; 0,75 ; 2,54 ; 0,9995

Correction
$1{,}12 = 1 + 0{,}12 = 1 + \frac{12}{100}$ il s'agit d'une augmentation de 12% (ou encore $(1{,}12 - 1) \times 100 = +12$)
$0{,}23$ => $(0{,}23 - 1)100 = -77$ il s'agit d'une diminution de 77%.
+12% ; +3,5% ; -2,3% ; +72% ; -77% ; -25% ; +154% ; -0,05%

Exercice 7
Une entreprise a 8 employés, dont les salaires mensuels en euros sont donnés dans le tableau suivant.
Elle décide de donner à chacun de ses employés une prime correspondant à 12% de son salaire mensuel.
Compléter le tableau suivant en donnant pour chaque employé le montant de sa prime.

Salaire	990	1 100	1 245	1 260	1 750	1 900	2 390	2 750
Prime								

Même question avec une prime de 14,5%.

Correction
prime de 12%

Salaire	990	1 100	1 245	1 260	1 750	1 900	2 390	2 750
Prime	118,8	132	149,4	151,2	210	228	286,8	330

prime de 14,5%

Salaire	990	1 100	1 245	1 260	1 750	1 900	2 390	2 750
Prime	143,55	159,5	180,53	182,7	253,75	275,5	346,55	398,75

Exercice 8

Dans chaque cas, déterminer le taux d'évolution en pourcentage:
A la suite d'une sécheresse, le prix d'un légume a été multiplié par 2.
A la suite d'une sécheresse, le prix d'un légume a été multiplié par 3.
A la suite d'une surproduction, le prix d'un légume a été divisé par 2.
A la suite d'une surproduction, le prix d'un légume a été divisé par 4.

Correction

$c = 2 = 1 + \frac{100}{100}$ donc le prix est augmenté de 100%

$c = 3 = 1 + \frac{200}{100}$ donc le prix est augmenté de 200%

Diviser par 2 c'est multiplier par l'inverse de 2 : $c = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$t = (c-1)100 = (0{,}5-1)100 = -50$ $\quad$ $c = \frac{1}{2} = 1 - \frac{50}{100}$ donc le prix est diminué de 50%

Diviser par 4 c'est multiplier par l'inverse de 4 $c = \frac{1}{4} = 0{,}25$

$t = (c-1)100 = (0{,}25-1)100 = -75$ $\quad$ $c = 1 - \frac{75}{100}$ donc le prix est diminué de 75%

2. Calculer un taux d'évolution

Définition :
On considère une valeur V_0 qui subit une évolution pour arriver à une valeur V_1.
Le **taux d'évolution** est égal à : $t = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$.

Remarque :
Si $t > 0$, l'évolution est une augmentation.
Si $t < 0$, l'évolution est une diminution.

Méthode : Calculer un taux d'évolution

La population d'un village est passé de 8500 à 10400 entre 2018 et 2022.
Calculer le taux d'évolution de la population en %.

Correction

La population de départ V_0 est égale à 8500.
La population d'arrivée V_1 est égale à 10400.

$t = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{10400 - 8500}{8500} \approx 0{,}224.$

Le taux d'évolution de la population est environ égal à $22{,}4$ %.

Exercice 9

Dans chaque cas, indiquer le taux d'évolution en pourcentage:
Un prix passe de 120€ à 144€.
Un stock de fruit baisse de 250kg à 180kg.
Un village de 300 habitants voit partir 90 habitants.

Correction

$\frac{144-120}{120} = \frac{24}{120} = 0{,}2 = 20\%$ $\quad$ $\frac{180-250}{250} = \frac{-70}{250} = -0{,}28 = -28\%$ $\quad$ $\frac{-90}{300} = -0{,}3 = -30\%$

Exercice 10
Les marmottes hibernent d'octobre à avril. Pendant cette période, sa masse diminue. En octobre, une marmotte pèse en moyenne 5,6kg et en avril 3,5kg.
Calculer le pourcentage de diminution de sa masse entre octobre et avril.
Calculer le pourcentage d'augmentation de sa masse entre avril et octobre.

Exercice 11
Ma facture d'eau est passée de 295 € à 212 €. Quelle est la variation exprimée en pourcentage ?
Même question si ma facture est passée de 212€ à 295€.

Correction: 212/295 ≈ 0,7186 baisse de 28,14%

Partie 3 : Évolutions successives, évolution réciproque

1. Évolutions successives

Exemple :
On augmente un prix de $5\ \%$, puis on l'augmente à nouveau de $20\ \%$. On a effectué deux **évolutions successives**.
Pour calculer le taux d'évolution global, on fait : $1{,}05 \times 1{,}20 = 1{,}26$ → Augmentation globale de $26\ \%$

Propriété : Pour calculer le coefficient multiplicateur global d'évolutions successives, on multiplie les coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Méthode : Déterminer un taux d'évolution global
En 2021, la boulangerie-pâtisserie *Aux délices* a augmenté ses ventes de 10%. En 2022, elle a diminué ses ventes de 5%. Calculer le taux d'évolution global des ventes sur les deux années.

Correction
- Le coefficient multiplicateur correspondant à l'augmentation en 2021 est égal à : $1 + 0{,}10 = 1{,}1$.
- Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution en 2022 est égal à : $1 - 0{,}05 = 0{,}95$.
- Le coefficient multiplicateur global sur les deux années est égal à : $1{,}1 \times 0{,}95 = 1{,}045 = 1 + 0{,}045$.

Multiplier un nombre par $1 + 0{,}045$, revient à l'augmenter de $4{,}5\ \%$.
Le taux d'évolution global des ventes sur les deux années est donc égal à $4{,}5\ \%$.

Exercice 12
Dans un pays A l'inflation est de : 18% en janvier ; 32 % en février ; 23 % en mars ; 41 % en avril; 16 % en mai ; 18% en juin
Quelle a été l'évolution sur 6 mois ?

Correction inflation de 270% : 1,18 x 1,32 x 1,23 x 1,41 x 1,16 x 1,18 ≈ 3,7 ≈ $1 + \frac{270}{100}$

Exercice 13

Sur une voiture de 20 000 € est il préférable de choisir :
· une réduction de 10% suivie d'une réduction de 6%
· une réduction de 6% suivie d'une réduction de 10%
· une réduction de 8% suivie d'une réduction de 8%
· une réduction de 16%
Même question sur une voiture de prix P.

Correction :

· une réduction de 10% suivie d'une réduction de 6% $c = \left(1 - \frac{10}{100}\right)\left(1 - \frac{6}{100}\right) = 0{,}9 \times 0{,}94 = 0{,}846$

· une réduction de 6% suivie d'une réduction de 10% $c = \left(1 - \frac{6}{100}\right)\left(1 - \frac{10}{100}\right) = 0{,}94 \times 0{,}9 = 0{,}846$

· une réduction de 8% suivie d'une réduction de 8% $c = \left(1 - \frac{8}{100}\right)\left(1 - \frac{8}{100}\right) = 0{,}92 \times 0{,}92 = 0{,}8464$

· une réduction de 16% $c = \left(1 - \frac{16}{100}\right) = 0{,}84$ on a $0{,}84 < 0{,}846 < 0{,}8464$

La réduction de 16% est l'évolution la plus avantageuse pour l'acheteur.
Le prix initial n'intervient pas dans ce choix.

2. Évolution réciproque

Exemple :
On augmente un prix de 25 %. Puis on diminue ce prix pour qu'il retrouve le prix de départ. Cette diminution s'appelle une **évolution réciproque**.

Pour calculer le taux d'évolution réciproque, on fait :

$$\frac{1}{1{,}25} = 0{,}80 = 1 - 0{,}20 \quad \rightarrow \quad \text{Diminution de } 20\ \%$$

Propriété : Pour calculer le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque, on prend l'inverse du coefficient multiplicateur.

Méthode : Calculer un taux d'évolution réciproque

a) Un magasin a des ventes en diminution de 8% sur l'année 2022.
Quel devrait être le pourcentage d'évolution sur l'année 2023 pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale ?
b) La population d'un village a augmenté de 3% sur une année puis retrouve sa valeur initiale l'année suivante. Quel est le pourcentage de baisse sur la 2e année ?

Correction

1) ● Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution de 8 % est égal à : $1 - 0{,}08 = 0{,}92$.

● Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à : $\frac{1}{0{,}92} \approx 1{,}087 = 1 + 0{,}087$.

Multiplier un nombre par $1 + 0{,}087$, revient à l'augmenter de $8{,}7\ \%$.
Pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale, il faudrait qu'elles augmentent d'environ $8{,}7\ \%$ sur l'année 2023.

2) ● Le coefficient multiplicateur correspondant à l'augmentation de 3 % est égal à : $1 + 0{,}03 = 1{,}03$.

- Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à : $\frac{1}{1{,}03} \approx 0{,}971 = 1 - 0{,}029$ $(*)$.

Multiplier un nombre par $1 - 0{,}029$, revient à le diminuer de $2{,}9$ %.
Sur la 2e année, la population diminue d'environ $2{,}9$ %.

$(*)$ Pour trouver $0{,}029$, on a fait $1 - 0{,}971$!

Exercice 14
Calculer la TVA sur un prix TTC de 1318,75€ au taux de 5,5%

Correction : soit x le prix initial.
$x\left(1 + \frac{5{,}5}{100}\right) = 1318{,}75 \Leftrightarrow x = \frac{1318{,}75}{1{,}055} \Leftrightarrow x = 1250€$

Exercice 15
Le chiffre d'affaires d'une entreprise a baissé de 10% en 2018. De quel pourcentage, arrondi à 0,1% près, doit-il augmenter en 2019 pour compenser cette diminution?

Correction
On appelle x le pourcentage cherché.
On a donc : $\left(1 - \frac{10}{100}\right)\left(1 + \frac{x}{100}\right) = 1 \Leftrightarrow 0{,}9\left(1 + \frac{x}{100}\right) = 1 \Leftrightarrow 0{,}9 + 0{,}009x = 1 \Leftrightarrow 0{,}009x = 1 - 0{,}9$
$\Leftrightarrow \frac{0{,}1}{0{,}009} = x \Leftrightarrow \frac{100}{9} = x$ ainsi $x \approx 11{,}1$
Pour compenser 10% de baisse on fait environ 11,1% d'augmentation.

Exercice 16
Déterminer dans chacun des cas le taux d'évolution réciproque, arrondi à 0,01% près.
Une augmentation de 14%.
Une diminution de 22,5%.
Une entreprise avait 125 employés en 2017. En 2018, elle n'en compte plus que 113.
Un lycée compte 910 élèves en 2018. En 2019, il accueille 35 élèves supplémentaires.

Correction
Une augmentation de 14%. Le coefficient multiplicateur associé est 1,14.
Le coefficient multiplicateur associé à la baisse réciproque est $\frac{1}{1{,}14} \approx 0{,}877\,2 \approx 1 - \frac{12{,}28}{100}$.
Il faut donc appliquer une baisse d'environ 12,28% pour compenser une augmentation de 14%.

Une diminution de 22,5%. Le coefficient multiplicateur est $1 - \frac{22{,}5}{100} = 0{,}775$.
Le coefficient multiplicateur associé à la hausse réciproque est $\frac{1}{0{,}775} \approx 1{,}290\,3 \approx 1 + \frac{29{,}03}{100}$.
Il faut donc appliquer une hausse d'environ 29,03% pour compenser une baisse de 22,5%.

Une entreprise avait 125 employés en 2017. En 2018, elle n'en compte plus que 113.
L'entreprise a perdu 12 employés. $\frac{12}{113} \approx 0{,}106\,2 \approx 10{,}62\%$.
Il faut donc que le nombre d'employés augmente d'environ 10,62% pour retrouver la situation de 2017.
Remarque : On pouvait également calculer le pourcentage associé à la baisse.
Un lycée compte 910 élèves en 2018. En 2019, il accueille 35 élèves supplémentaires.
Le lycée a gagné 35 élèves. Il compte donc 945 élèves en 2019.
Il faut que le nombre d'élèves baisse d'environ $\frac{35}{945} \approx 0{,}037\,0 \approx 3{,}7\%$ pour que retrouver la situation de 2018.