

Nom & Prénom :

Contrôle variations (sujet A)

Exercice 1

Prouver la propriété du cours : une fonction affine de coefficient directeur négatif est décroissante.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

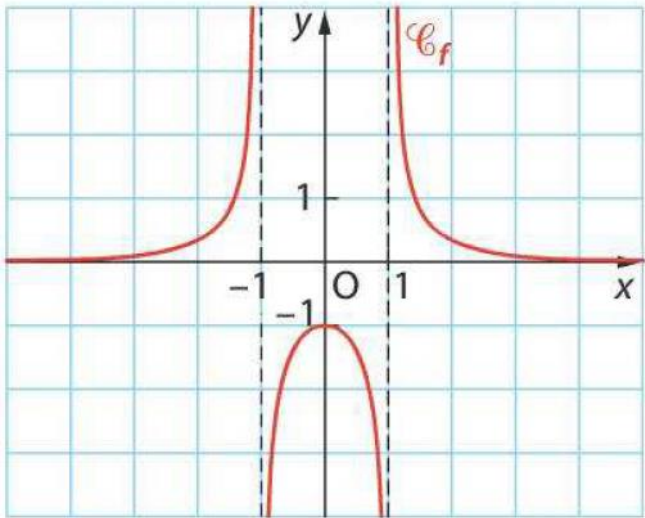
.....

.....

.....

Exercice 2

Faire le tableau de variations de la fonction admettant la courbe représentative suivante :



x	
$f(x)$	

x	-4	1	3	6
f	0	-5	4	3

Exercice 3

Avec f admettant le tableau de variations ci-dessus, prouver que 4 est le maximum de f sur $[1; 6]$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 4

Prouver que $f(x) = x^2$ est croissante sur $[0; +\infty[$

.....

.....

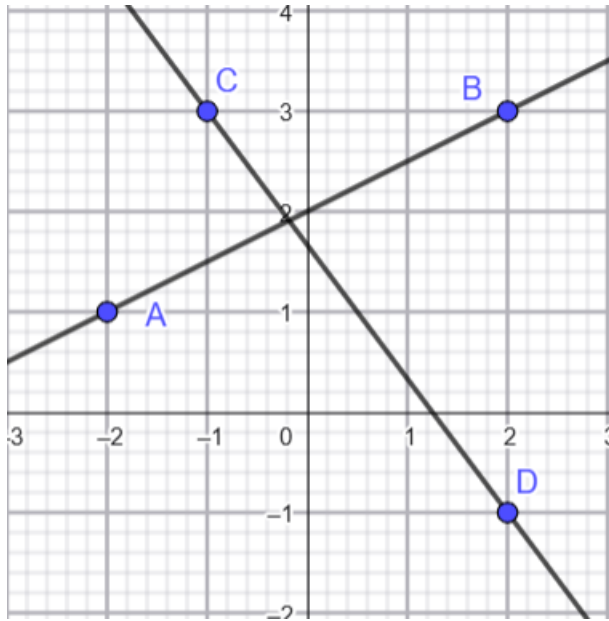
.....

.....

.....

.....

Exercice 5



- 1) Donner sans justifier la fonction f représentée par la droite (AB) avec $A(-2; 1)$ et $B(2; 3)$: $f(x) = \dots\dots\dots$
- 2) Donner en justifiant proprement la fonction $g(x) = mx + p$ représentée par la droite (CD) avec $C(-1; 3)$ et $D(2; -1)$:

Recherche de m :

Recherche de p : $\dots\dots\dots$ passe par $\dots\dots\dots$ donc $\dots\dots\dots$ donc $\dots\dots\dots$

Conclusion : $g(x) = \dots\dots\dots$

- 3) Représenter graphiquement la fonction $h: x \rightarrow 2x - 1$

Exercice 6

- 1) Avec votre calculatrice représenter la fonction $f(x) = 5\frac{1}{x} + 3$, en déduire un tableau de variations sur son ensemble de définition.

- 2) Prouver que f est décroissante sur $] - \infty; 0[$

Correction

Exercice 1

Prouver la propriété du cours : une fonction affine de coefficient directeur négatif est décroissante

Soit $f: x \rightarrow mx + p$ avec $m < 0$ (autrement dit une fonction affine de coefficient directeur négatif)

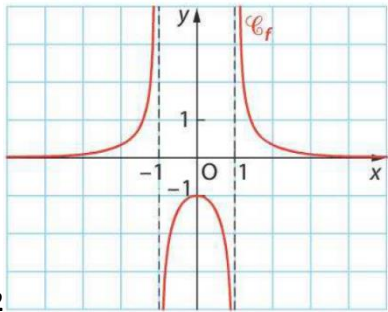
Soit a et b deux réels tels que : $a < b$

$\Leftrightarrow ma > mb$ (la multiplication par m un nombre négatif change l'ordre)

$\Leftrightarrow ma + p > mb + p$

$\Leftrightarrow f(a) > f(b)$ l'ordre ayant changé, f est donc strictement décroissante

Conclusion : une fonction affine dont le coefficient directeur est négatif sera décroissante



Exercice 2

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$0 \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow -1$	$-1 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 0$	0

Exercice 3

x	-4	1	3	6
f	0	$\searrow -5$	$\nearrow 4$	$\searrow 3$

Prouver que 4 est le maximum de f sur $[1; 6]$.

Soit $x \in [1; 3]$, intervalle sur lequel f est croissante donc sur lequel f conserve l'ordre ainsi $x \leq 3 \Rightarrow f(x) \leq f(3) = 4$

Soit $x \in [3; 6]$, intervalle sur lequel f est décroissante donc sur lequel f change l'ordre ainsi $x \geq 3 \Rightarrow f(x) \leq f(3) = 4$

Ainsi $\forall x \in [1; 6], f(x) \leq f(3) = 4$ donc 4 est le maximum de f sur cet intervalle.

Exercice 4

Prouver que la fonction carrée est croissante sur $[0; +\infty[$

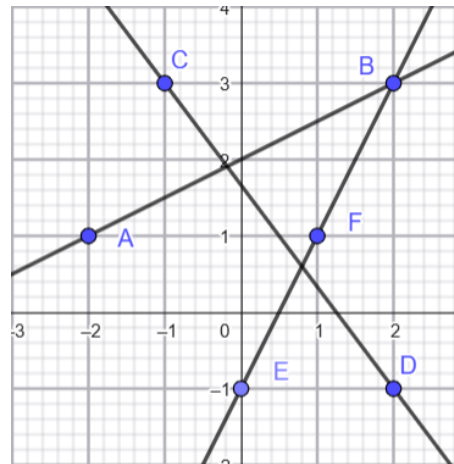
Soit a et b deux réels positifs tels que : $a < b$

Comme $a < b$ on aura : $aa < ab$ (la multiplication par a un nombre positif conserve l'ordre)

Comme $a < b$ on aura : $ab < bb$ (la multiplication par b un nombre positif conserve l'ordre)

Ainsi $a^2 < ab < b^2$ donc $a^2 < b^2$

On vient de prouver que sur $[0; +\infty[$ si $a < b$ alors $a^2 < b^2$ ainsi sur $[0; +\infty[$ la fonction carrée est strictement croissante.



Exercice 5

$$1) \quad f(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

$$2) \quad \text{Recherche de } m : m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4}{3}$$

Recherche de p : la courbe représentative de g passe par $C(-1; 3)$ donc $g(-1) = 3$ donc

$$m(-1) + p = 3 \Leftrightarrow p = 3 + m \Leftrightarrow p = 3 + \frac{-4}{3} \Leftrightarrow$$

$$p = \frac{9}{3} + \frac{-4}{3} \Leftrightarrow p = \frac{5}{3}$$

$$\text{Conclusion : } g(x) = \frac{-4}{3}x + \frac{5}{3}$$

Exercice 6

Montrer que $f(x) = 5\frac{1}{x} + 3$ est décroissante sur $] -\infty; 0[$

Soit a et b deux éléments de $] -\infty; 0[$ tels que $a < b$

$$\Leftrightarrow a\frac{1}{a} > b\frac{1}{a} \text{ car } a \text{ est négatif}$$

$$\Leftrightarrow a\frac{1}{ab} < b\frac{1}{ab} \text{ car } b \text{ est négatif}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \Leftrightarrow 5\frac{1}{a} > 5\frac{1}{b} \Leftrightarrow 5\frac{1}{a} + 3 > 5\frac{1}{b} + 3 \Leftrightarrow f(a) > f(b)$$

Donc f change l'ordre sur $] -\infty; 0[$, elle est donc décroissante sur cet intervalle

Nom & Prénom :

Contrôle variations (sujet B)

Exercice 1

Prouver la propriété du cours : une fonction affine de coefficient directeur positif est croissante.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

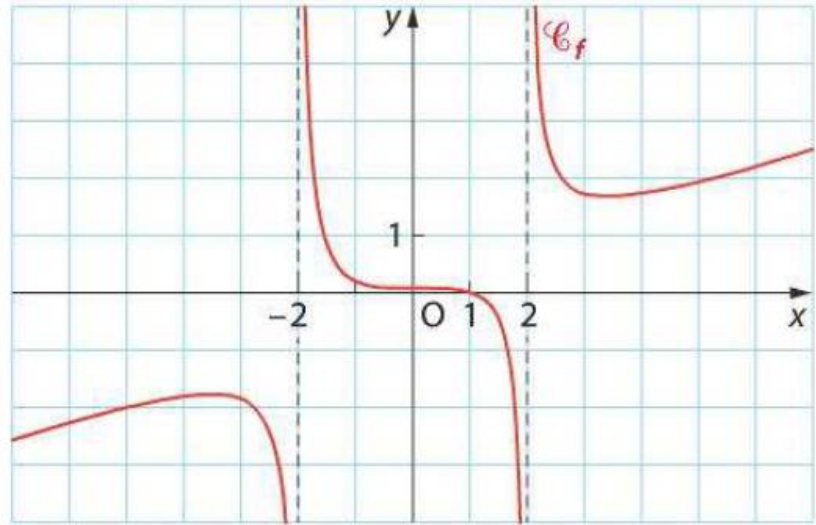
.....

.....

.....

Exercice 2

Faire le tableau de variations de la fonction admettant la courbe représentative suivante :



x	
$f(x)$	

x	-4	1	3	6
f	0	-5	4	3

Exercice 3

Avec f admettant le tableau de variations ci-dessus, prouver que -5 est le minimum de f sur $[-4 ; 3]$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 4

Prouver que $f(x) = \frac{1}{x}$ est décroissante sur $] - \infty ; 0[$

.....

.....

.....

.....

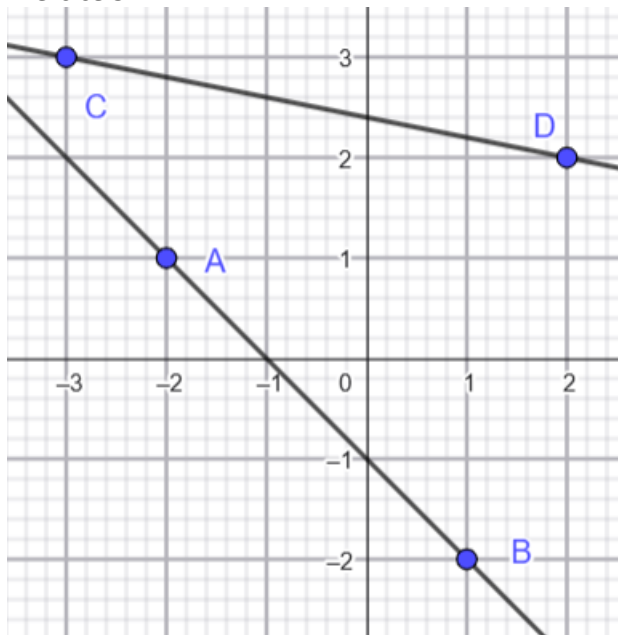
.....

.....

.....

.....

Exercice 5



- 1) Donner sans justifier la fonction f représentée par la droite (AB) avec $A(-2; 1)$ et $B(1; -2)$: $f(x) = \dots\dots\dots$
- 2) Donner en justifiant proprement la fonction $g(x) = mx + p$ représentée par la droite (CD) avec $C(-3; 3)$ et $D(2; 2)$:

Recherche de m :

.....

Recherche de p : passe par donc donc

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Conclusion : $g(x) = \dots\dots\dots$

- 3) Représenter graphiquement la fonction $h: x \rightarrow 3x - 2$

Exercice 6

Montrer que $g(x) = -3x^2 + 5$ est décroissante sur $[0; +\infty[$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Correction

Exercice 1

Prouver la propriété du cours : une fonction affine de coefficient directeur positif est croissante

Soit $f: x \rightarrow mx + p$ avec $m > 0$ (autrement dit une fonction affine de coefficient directeur positif)

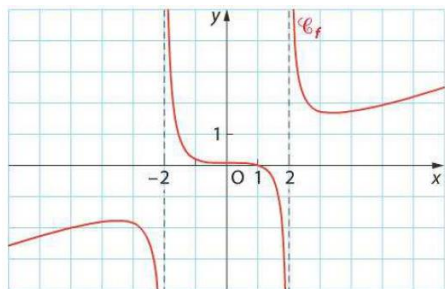
Soit a et b deux réels tels que : $a < b$

$\Leftrightarrow ma < mb$ (la multiplication par m un nombre positif conserve l'ordre)

$\Leftrightarrow ma + p < mb + p$

$\Leftrightarrow f(a) < f(b)$ l'ordre ayant été conservé, f est donc strictement croissante

Conclusion : une fonction affine dont le coefficient directeur est négatif sera décroissante



Exercice 2

x	$-\infty$	x_1	-2	2	x_2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	y_1	$+\infty$	$+\infty$	y_2	$+\infty$

Exercice 3

x	-4	1	3	6
f	0	-5	4	3

Soit $x \in [-4; 1]$, intervalle sur lequel f est décroissante donc sur lequel f change l'ordre ainsi $x \leq 1 \Rightarrow f(x) \geq f(1) = -5$

Soit $x \in [1; 3]$, intervalle sur lequel f est croissante donc sur lequel f conserve l'ordre ainsi $x \geq 1 \Rightarrow f(x) \geq f(1) = -5$

Ainsi $\forall x \in [-4; 3], f(x) \geq f(1) = -5$ donc -5 est le minimum de f sur cet intervalle.

Exercice 4

Montrer que $f(x) = \frac{1}{x}$ est décroissante sur $] - \infty; 0[$

Soit a et b deux éléments de $] - \infty; 0[$ tels que $a < b$

$\Leftrightarrow a \frac{1}{a} > b \frac{1}{a}$ car a est négatif

$\Leftrightarrow a \frac{1}{ab} < b \frac{1}{ab}$ car b est négatif

$\Leftrightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \Leftrightarrow f(a) > f(b)$

Donc f change l'ordre sur $] - \infty; 0[$, elle est donc décroissante sur cet intervalle

Exercice 5

1) $f(x) = -1x - 1$

2) Recherche de m : $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{5}$

Recherche de p : la courbe

représentative de g passe par

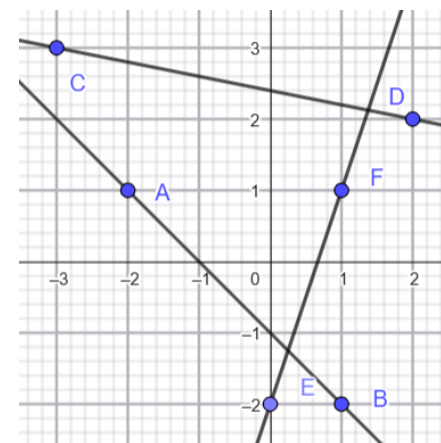
$C(-3; 3)$ donc $g(-3) = 3$ donc

$m(-3) + p = 3 \Leftrightarrow p = 3 + 3m \Leftrightarrow$

$p = 3 + \frac{-1}{5} \cdot 3 \Leftrightarrow p = \frac{15}{5} + \frac{-3}{5}$

$\Leftrightarrow p = \frac{12}{5}$

Conclusion : $g(x) = -\frac{1}{5}x + \frac{12}{5}$



Exercice 4

Soit a et b deux réels positifs tels que : $a < b$

Comme $a < b$ on aura : $aa < ab$ (la multiplication par a un nombre positif conserve l'ordre)

Comme $a < b$ on aura : $ab < ab$ (la multiplication par b un nombre positif conserve l'ordre)

Ainsi $a^2 < ab < b^2$ donc $a^2 < b^2$ donc $-3a^2 > -3b^2$

donc $-3a^2 + 5 > -3b^2 + 5$ donc $g(a) > g(b)$, donc g change l'ordre sur $[0; +\infty[$ donc elle est décroissante sur cet intervalle.