Entrainement :
Variations de fonctions / fonctions affines

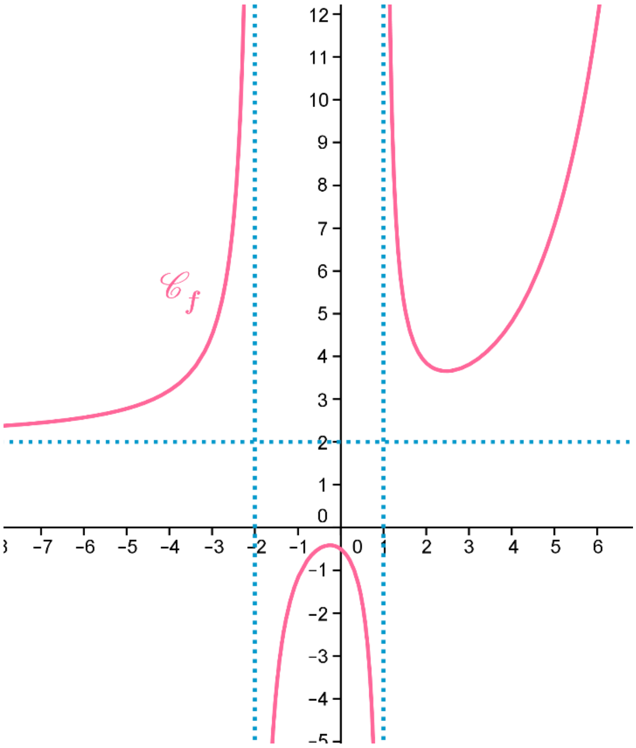
Exercice 1

Prouver que -1 est le minimum de f sur $[-2;2]$

x	-5		-2		$0{,}5$		2		3
Variations de f	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$2{,}5$	$\searrow$	$1{,}5$

Exercice 2

Faire le tableau de variations de la fonction admettant la courbe représentative suivante :



Exercice 3

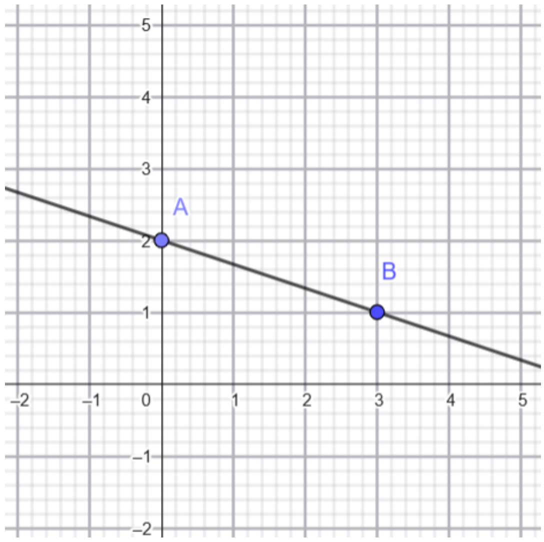
Prouver que la fonction carrée est croissante sur $[0;+\infty[$

Exercice 4

Prouver la propriété du cours : une fonction affine de coefficient directeur négatif est décroissante

Exercice 5

1) Donner f la fonction affine dont la courbe représentative est la droite (AB) placée dans le repère ci-dessous.
2) Tracer dans le même repère (d) la droite représentative de la fonction g qui à tout réel associe le réel $g(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}$



Exercice 6

Soit f la fonction qui a tout réel non nul associe le réel $f(x) = \frac{-5}{x} + 8$

1) A l'aide de votre calculatrice en tracer la courbe représentative, et en déduire le tableau de variations de cette fonction.
2) Vérifier l'affirmation que vous avez faite pour la variation de f sur $]-\infty;0[$

Correction : Variations de fonctions / fonctions affines

Exercice 1

x	-5		-2		$0,5$		2		3
Variations de f	1	↗	4	↘	-1	↗	$2,5$	↘	$1,5$

Prouver que -1 est le minimum de f sur $[-2; 2]$

Soit $x \in [-2; 0,5]$, intervalle sur lequel f est décroissante donc surlequel f change l'ordre ainsi $x \leq 0,5 \Rightarrow f(x) \geq f(0,5) = -1$

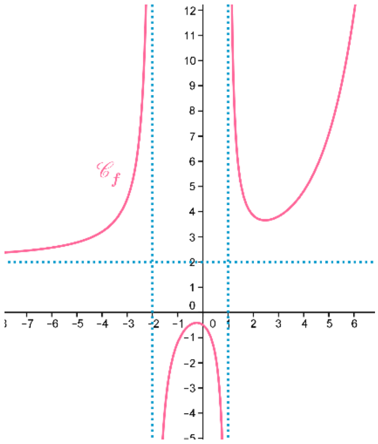
Soit $x \in [0,5; 2]$, intervalle sur lequel f est croissante donc surlequel f conserve l'ordre ainsi $x \geq 0,5 \Rightarrow f(x) \geq f(0,5) = -1$

Ainsi $\forall x \in [-2; 2], f(x) \geq f(0,5) = -1$ donc -1 est le minimum de f sur cet intervalle.

Exercice 2

x	$-\infty$		-2		x_1		1		x_2		$+\infty$
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	y_1	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	y_2	↗	$+\infty$

$x_1 \approx -0,5$ $\quad y_1 \approx -0,5$ $\quad x_2 \approx 2,5$ $\quad y_2 \approx 3,8$



Exercice 3

Prouver que la fonction carrée est croissante sur $[0; +\infty[$

Soit a et b deux réels positifs tels que : $a < b$

Comme $a < b$ on aura : $aa < ab$ (la multiplication par a un nombre positif conserve l'ordre)

Comme $a < b$ on aura : $ab < ab$ (la multiplication par b un nombre positif conserve l'ordre)

Ainsi $a^2 < ab < b^2$ donc $a^2 < b^2$

On vient de prouver que sur $[0; +\infty[$ si $a < b$ $alors$ $a^2 < b^2$ ainsi sur sur $[0; +\infty[$ la fonction carrée est strictement croissante.

Exercice 4

Prouver la propriété du cours : une fonction affine de coefficient directeur négatif est décroissante

Soit $f: x \to mx + p$ avec $m < 0$ (autrement dit une fonction affine de coefficient directeur négatif)

Soit a et b deux réels tels que : $a < b$

$\Leftrightarrow ma > mb$ (la multiplication par m un nombre négatif change l'ordre)

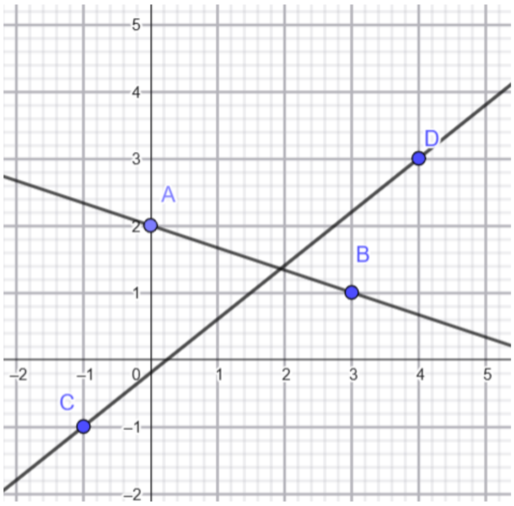
$\Leftrightarrow ma + p > mb + b$

$\Leftrightarrow f(a) > f(b)$ l'ordre ayant changé, f est donc strictement décroissante

Conclusion : une fonction affine dont le coefficient directeur est négatif sera décroissante

Exercice 5

1) f étant affine alors elle pourra s'écrie sous la forme $f(x) = mx + p$
(AB) coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 2 donc $p = 2$.
$m = \frac{\Delta_y}{\Delta_x} = -\frac{1}{3}$
ainsi $f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$
2) $g(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}$ donc $g(-1) = \frac{4}{5}(-1) - \frac{1}{5} = -1$
donc la droite passera par $C(-1; 1)$.
De plus le coefficient directeur est $\frac{4}{5}$ donc si on part d'un point de la droite, en avançant de 5 et en montant de 4 on aura un autre point de la droite, ainsi en partant de C on aura un autre point de la droite D(4 ;3)



Exercice 6

Soit f la fonction qui a tout réel non nul associe le réel $f(x) = \frac{-5}{x} + 8$

1) A l'aide de votre calculatrice en tracer la courbe représentative, et en déduire le tableau de variations de cette fonction.
2) Vérifier l'affirmation que vous avez faite pour la variation de f sur $]-\infty; 0[$

Prouver que la fonction carrée est croissante sur $]-\infty; 0[$
Soit a et b deux réels strictement négatifs tels que : $a < b$ (autrement dit $a < b < 0$)
$\Leftrightarrow a\frac{1}{a} > b\frac{1}{a}$ (la multiplication par $\frac{1}{a}$ un nombre négatif change l'ordre)
$\Leftrightarrow a\frac{1}{a}\frac{1}{b} < b\frac{1}{a}\frac{1}{b}$ (la multiplication par $\frac{1}{b}$ un nombre négatif change l'ordre)
$\Leftrightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
$\Leftrightarrow \frac{-5}{a} < \frac{-5}{b}$ (la multiplication par -5 un nombre négatif change l'ordre)
$\Leftrightarrow \frac{-5}{a} + 8 < \frac{-5}{b} + 8$
$\Leftrightarrow f(a) < f(b)$
Ainsi f conserve l'ordre et donc f est décroissante sur $]-\infty; 0[$