Fiche Méthode

Résolution d'une inéquation simple

$-9+7x \geq 3x+7 \Leftrightarrow 7x-3x \geq 7+9$ — on regroupe les termes en x d'un côté les sans x de l'autre en utilisant des additions et des soustractions

$\Leftrightarrow 4x \geq 16$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{16}{4}$ — on divise des deux côtés par la quantité multipliant x

Attention : une division par un négatif change l'ordre

$S = [4;+\infty[$ — pour donner les solutions un coloriage peut aider.

Résolution d'une inéquation produit $(-4x+5)(2+3x) < 0$

Je fais un tableau avec un ligne pour les x (antécédents), une ligne par facteurs et une ligne pour l'expression complète.

x	$-\infty$	$+\infty$
$-4x+5$		
$2+3x$		
$P(x)$		

Pour chaque ligne / facteur je cherche la valeur d'annulation : j'utilise la formule $-b/a$

Une fois que j'ai trouvé toutes ces valeurs je les range dans l'ordre croissant sur la ligne des x

Pour chaque ligne / facteur je mets un zéro au niveau de la valeur d'annulation associée

A la ligne du produit (la dernière) je descends systématiquement les zéros

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
$-4x+5$			0	
$2+3x$		0		
$P(x)$		0	0	

Gestion des signes : si $a > 0$, on monte donc : $\boxed{-\ 0\ +}$ si $a < 0$, on descend donc : $\boxed{+\ 0\ -}$

Pour la dernière ligne : règle des signes : on compte le nombre de facteurs négatif, si celui-ci est pair (0, 2 , 4, …) le résultat est + sinon c'est −

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		$\frac{5}{4}$		$+\infty$
$-4x+5$		+		¤ +	0	−	
$2+3x$		−	0	+		+	
$P(x)$		−	0	+	0	−	

Solutions : on regarde l'inéquation proposée initialement

- si elle se termine par >0 ou ≥ 0 on cherche les cases ou le produit est positif
- si elle se termine par <0 ou ≥ 0 on cherche les cases où le produit est négatif.

Les bornes de la case sont lues sur la ligne des x

Crochets ouverts en $-\infty, +\infty$, au niveau des valeurs d'annulation si l'inégalité est stricte, sinon ils sont fermés.

$S =]-\infty;-\frac{2}{3}[\cup]\frac{5}{4};+\infty[$

Résolution d'une inéquation quotient $\frac{22-108x}{(2x+3)(4-5x)} \geq 0$

Des fois il faut tout regrouper à gauche, mettre au même dénominateur puis regrouper un peu plus en un quotient unique. Après ça l'approche est exactement la même sauf pour :

- les symboles sur la dernière ligne :
  - si on est sur une valeur annulant un facteur au numérateur on met un zéro
  - sinon on met une double barre (ce sont des valeurs interdites)
- les intervalles solutions : s'il y a une double barre au niveau d'une borne, celle-ci sera automatiquement ouverte

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{11}{54}$		$\frac{4}{5}$		$+\infty$
$22-108x$		+		+	0	−		−	
$2x+3$		−	0	+		+		+	
$4-5x$		+		+		+	0	−	
$Q(x)$		−	||	+	0	−	||	+	

$S =]-3/2;11/54] \cup]4/5\,;+\infty[$

x	-5		-2		$0,5$		2		3
Variations de f			4				2,5		
		↗		↘		↗		↘	
	1				-1				1,5

Comparaison de deux images en utilisant un tableau de variations

Si possible comparer $f(-4)$ et $f(-3)$
-4 et -3 sont dans $[-5;-2]$
intervalle sur lequel f est croissante
et donc conserve l'ordre

ainsi $-4 < -3 \Rightarrow f(-4) \leq f(-3)$.

on regarde si les antécédents sont dans un intervalle
sur lequel la fonction est monotone
si oui on précise quelle monotonie (ici croissante)
on en déduit l'effet sur l'ordre (croissant = conserve
décroissant = change)
On compare les antécédents et en déduit l'ordre des images

Si possible comparer $f(-1)$ et $f(1)$
Il n'y pas d'intervalle contenant -1 et 1
sur lequel la fonction f soit monotone
donc **à priori** on ne peut comparer
$f(-1)$ et $f(1)$ avec le tableau de variations.

si les antécédents ne sont pas sur un intervalle où f est
monotone alors on est bloqué: pas de comparaison automatique

Remarque : des fois des indices supplémentaires
peuvent aider mais c'est rare.

Prouver qu'une valeur est un extrémum sur un intervalle

Prouver que 2,5 est le maximum de f sur $[0,5;3]$

Si $x \in [0,5;2]$ intervalle où f est croissante
l'ordre est conservé
$x \leq 2 \Rightarrow f(x) \leq f(2)$

on va découper l'intervalle en des sous intervalles où
f est monotone et on en déduit si l'ordre est changé ou pas
déduction de la position des $f(x)$ par rapport au max potentiel
antécédents : x et l'antécédent de l'extrémum
Images : $f(x)$ et l'extrémum

Si $x \in [2;3]$ intervalle où f est décroissante
donc change l'ordre $x \geq 2 \Rightarrow f(x) \leq f(2)$

on recommence pour chaque sous intervalle

ainsi $f(x) \leq f(2)$ sur $[0,5;3]$ et
comme $f(2) = 2,5$ et $2 \in [0,5;3]$
2,5 est atteinte sur cet intervalle
c'est bien le maximum de f sur $[0,5;3]$

l'inégalité à prouver est vraie sur l'union des sous intervalles
la valeur ne fait pas que majorer, elle est atteinte

On peut donc conclure