

Fiche méthode : Variations de fonctions / fonctions affines

Faire un tableau de variations

on commence par lire de gauche à droite la courbe et on dessine dessus au crayon gris des flèches montante quand ça monte et descendante quand ça descend.

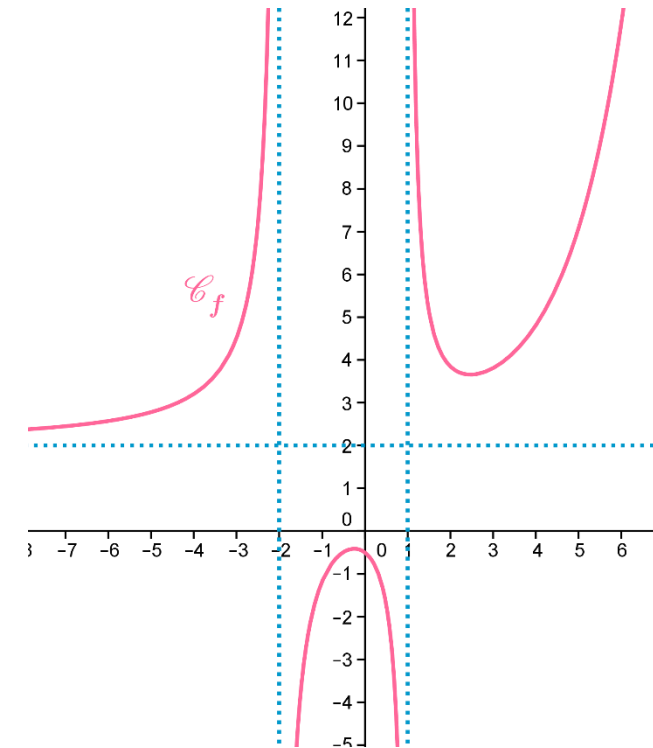
Dans un tableau on reporte les flèches

Pour les bornes de x on ira de $-\infty$ à $+\infty$ à moins que la courbe soit interrompue dans la fenêtre d'étude. Dans ce cas on commencera à l'abscisse du point de départ et terminera à celle de l'arrivée.

Si ça part à la verticale sur la ligne des x on indiquera l'abscisse du trou et on mettra des doubles barres dessous

Si ça part à l'horizontale on indiquera la hauteur dont on se rapproche comme le deux au début de la première flèche (pour éviter les problèmes on pourra indiquer que c'est une approximation)

Si la courbe change de comportement en un point non identifié on indiquera $x_1 \approx$ sur la ligne des x et $y_1 \approx \dots$. Au niveau du bout de flèche correspondant



x	$-\infty$	-2	x_1	1	x_2	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	y_2	$+\infty$
		y_1				

$x_1 \approx -0,5$ $y_1 \approx -0,5$ $x_2 \approx 2,5$ $y_2 \approx 3,8$

Prouver la variation d'une fonction sur un intervalle I

Exemple : Soit f la fonction qui a tout réel non nul associe le réel $f(x) = \frac{-5}{x} + 8$. Prouver qu'elle est croissante sur $] - \infty; 0[$

Soit a et b deux réels strictement négatifs tels que : $a < b$
(autrement dit $a < b < 0$)

$\Leftrightarrow a \frac{1}{a} > b \frac{1}{a}$ (la multiplication par $\frac{1}{a}$ un nombre négatif change l'ordre)

$\Leftrightarrow a \frac{1}{a} < b \frac{1}{a}$ (la multiplication par $\frac{1}{a}$ un nombre négatif change l'ordre)

$$\Leftrightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

$\Leftrightarrow -5 \frac{1}{a} < -5 \frac{1}{b}$ (la multiplication par -5 un nombre négatif change l'ordre)

$$\Leftrightarrow \frac{-5}{a} + 8 < \frac{-5}{b} + 8$$

$$\Leftrightarrow f(a) < f(b)$$

Ainsi f conserve l'ordre et donc f est croissante sur $] - \infty; 0[$

On commence par proposer deux nombres quelconques dans l'intervalle de l'énoncé et on indique leur ordre.

A partir de là on travaille les deux membres jusqu'à obtenir une comparaison entre les images de a et b .

Si on a de l'inverse dans la fonction, l'astuce sera de multiplier par $\frac{1}{a}$ puis $\frac{1}{b}$ de chaque côté en faisant aux éventuels changements de sens.

Si on a un carré dans la fonction, l'astuce sera de regarder ce qui se passe en multipliant par a de chaque côté ou en multipliant de chaque côté par b . On fusionnera les deux inégalités obtenues.

Très régulièrement au-delà du carré ou de l'inverse ça ressemble à une fonction affine $mx + p$

On multipliera par m puis on ajoutera p pour terminer notre transformation

Si l'ordre est conservé on dira que la fonction est croissante

Si l'ordre est changé on dira qu'elle est décroissante... **sur l'intervalle imposé par l'énoncé**