Equations différentielles
Fiche méthode

Premier ordre : $\boldsymbol{ay' + by = c(t)}$ **(E)**
Cette équation à au moins une solution particulière qui sera donnée ou qui sera facile à déterminer.
On la notera $y_p(t)$

Toute solution de cette équation est de la forme : $y(t) = y_p(t) + k\ e^{-\frac{b}{a}t}$
Parmi toutes ces solutions, pour une condition initiale il n'y aura qu'une solution valide, la déterminer c'est déterminer la constante « k » la caractérisant.
Dans le détail :

- Pour prouver qu'une fonction f est solution (particulière) il suffira de
  - Déterminer sa dérivée,
  - Remplacer y et y' par f et f' dans le membre de gauche de (E)
  - Simplifier l'expression obtenue, et si on trouve $c(t)$ (le membre de droite de (E)) on a réussi.
- Pour trouver à la main une solution (particulière) on posera $y_p(t)$ une fonction de la même nature que $c(t)$ (constante, polynomiale, trigonométrique, à base d'exponentielles …). On remplacera alors y' et y par notre fonction y_p et sa dérivée dans l'équation (E) complète, la résolution de cette équation nous permettra de trouver les constantes manquantes.
- Pour trouver la valeur de k dans l'expression générale on va traduire la condition initiale par une équation dans laquelle on remplacera y et y' par les $y_p(t) + k\ e^{-\frac{b}{a}t}$ et sa dérivée. A la fin on aura la valeur de k.