

Devoir surveillé : Matrices et limites

Exercice 1

Soit $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ trois matrices. Déterminer $D = 3A - 4B + 2C$

Exercice 2

Soit $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 9 & 1 \\ 3 & 7 & -3 & 7 \\ 2 & 5 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ deux matrices

- 1) Déterminer $a_{3,2}$ et $b_{1,2}$
- 2) Avec votre machine déterminer C la matrice valant AB , puis donner le calcul permettant de retrouver $c_{2,2}$.
- 3) Dire pourquoi BA n'existe pas.

Exercice 3

Dans une cuisine collective on prépare des desserts pour les enfants d'une colonie de vacances.

Pour se simplifier la vie le cuisinier utilisera des recettes pour faire 15 crêpes, 15 gaufres, de la brioche pour 6 personnes, et du quatre-quarts pour six personnes.

Voici le tableau des ingrédients pour chacune des recettes :

	Farine (g)	Œuf	Sucre (g)	Lait (cL)	Beurre
Crêpes	300	3	45	60	50
Gaufres	200	3	30	25	20
Brioche	1000	4	125	25	125
Quatre-quarts	180	3	180	0	180

- 1) Ce tableau sera associé à une matrice A, que vous indiquerez sur votre copie.

Pour chaque ingrédient le cuisinier a trouvé le prix de la version basique, celui de la version Bio et l'apport calorique.

	Basique	Bio	Energie (Kcal)
Farine (g)	0,0025	0,000 75	3,43
Œuf (unité)	0,4	0,23	76
Sucre (g)	0,004	0,001 85	4
Lait (cL)	0,001 3	0,001 01	6,51
Beurre	0,015 9	0,012 3	7,43

- 2) Ce tableau sera associé à une matrice B que vous indiquerez sur votre copie.
- 3) Utiliser les matrices A et B et une opération bien choisie pour déterminer C la matrice des prix basique, prix bios et la quantité d'énergie associées aux différents desserts. Vous détaillerez vos choix, et indiquerez le calcul fait par votre calculatrice.

Pour la boum du dernier jour, le cuisinier décide de mettre les petits plats dans les grands et produit 150 crêpes, 60 gaufres, de la brioche pour 54 personnes mais pas de quatre quarts qui n'a pas été très apprécié par les enfants durant la semaine de camp.

- 4) Consigner les informations de la boum sous la forme d'une matrice 1×4 appelée D dont le premier élément sera 10 (en effet 150 crêpes = 10x15 crêpes).
- 5) A l'aide d'un calcul matriciel déterminer E la matrice des couts (basiques et bio) et de la quantité de Kcal que les enfants devront brûler sur la piste de danse.

Exercice 4

Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 7x^3 - 4x^5$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 - 5x^2 + 7e^x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 2x^5}{7x^3 + 4x^1 - 4x^5}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^3 - 4e^x}{7x^3 - 4x^5 + \ln x}$$

Correction : Matrices et limites

Exercice 1

Soit $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ trois matrices. Déterminer $D = 3A - 4B + 2C$

$$D = 3 \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & -1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -12 \\ 9 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 12 & 16 \\ 28 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 14 & 4 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 15 - 12 + 14 & -12 - 16 + 4 \\ 9 - 28 + (-2) & 6 - (-4) + 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & -24 \\ -21 & 20 \end{pmatrix}$$

Exercice 2

Soit $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 9 & 1 \\ 3 & 7 & -3 & 7 \\ 2 & 5 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ deux matrices

1) $a_{3,2} = 5$ et $b_{1,2} = 2$

2) $C = AB = \begin{pmatrix} 50 & 13 \\ 31 & 66 \\ 26 & 22 \\ -11 & -20 \end{pmatrix}$, $c_{2,2} = 3 \times 2 + 7 \times 3 + (-3) \times 1 + 7 \times 6 = 66$.

3) Pour qu'un produit existe il faut que le nombre de colonne de la première matrice soit égal au nombre de ligne de la seconde.

Exercice 3

Dans une cuisine collective on prépare des desserts pour les enfants d'une colonie de vacances.

Pour se simplifier la vie le cuisinier utilisera des recettes pour faire 15 crêpes, 15 gaufres, de la brioche pour 6 personnes, et du quatre-quarts pour six personnes.

Voici le tableau des ingrédients pour chacune des recettes :

$$A = \begin{bmatrix} 300 & 3 & 45 & 60 & 50 \\ 200 & 3 & 30 & 25 & 20 \\ 1000 & 4 & 125 & 25 & 125 \\ 180 & 3 & 180 & 0 & 180 \end{bmatrix}$$

1)

Pour chaque ingrédient le cuisinier a trouvé le prix de la version basique, celui de la version Bio et l'apport calorique.

$$B = \begin{bmatrix} 0.0025 & 7.5E-4 & 3.43 \\ 0.4 & 0.23 & 76 \\ 0.004 & 0.00185 & 4 \\ 0.0013 & 0.00101 & 6.51 \\ 0.0159 & 0.0123 & 7.43 \end{bmatrix}$$

2)

$$AB = \begin{bmatrix} 3.003 & 1.67385 & 2199.1 \\ 2.1705 & 1.16675 & 1345.35 \\ 6.62 & 3.464 & 5325.5 \\ 5.232 & 3.372 & 2902.8 \end{bmatrix}$$

3)

Pour la boum du dernier jour, le cuisinier décide de mettre les petits plats dans les grands et produit 150 crêpes, 60 gaufres, de la brioche pour 54 personnes mais pas de quatre quarts qui n'a pas été très apprécié par les enfants durant la semaine de camp.

4) $D = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 9 & 0 \end{bmatrix}$

$$5) E = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 9 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.003 & 1.67385 & 2199.1 \\ 2.1705 & 1.16675 & 1345.35 \\ 6.62 & 3.464 & 5325.5 \\ 5.232 & 3.372 & 2902.8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 98.292 & 52.5815 & 75301.9 \end{bmatrix}$$

Exercice 4

Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 7x^3 - 4x^5 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -4x^5 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 - 5x^2 + 7e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 2x^5}{7x^3 + 4x^1 - 4x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5}{-4x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -0,5 = -0,5$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^3 - 4e^x}{7x^3 - 4x^5 + \ln x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4e^x}{-4x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^5} = +\infty$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 9 & 1 & | & 9 & 2 \\ 3 & 7 & -3 & 7 & | & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 3 & 0 & | & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & -2 & | & 0 & 6 \end{bmatrix}$$