b. Déterminer le signe de $f'(t)$ sur $[0\ ;\ +\infty[$ puis on déduire le sens de variation de la fonction f sur cet intervalle,

c. La vitesse de la nacelle, en mètre par seconde, à l'instant t, exprimé en seconde, est modélisée par $f'(t)$. Calculer la vitesse de la nacelle à l'instant $t = 0$.

C. Algorithmique et application

On considère que la nacelle est stabilisée dès lors que sa hauteur $f(t)$ à l'instant t vérifie l'encadrement :

$$11,9 \leqslant f(t) \leqslant 12.$$

On rappelle que la fonction f est définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(t) = -10\mathrm{e}^{-0,3t} + 12.$$

L'objectif de cette partie est de déterminer à partir de quel instant la nacelle peut être considérée comme stabilisée.

1. On considère l'algorithme suivant :

Variable :	t est un nombre réel
Initialisation :	t prend la valeur 0
Traitement :	Tant que $f(t) < 11,9$ t prend la valeur $t+1$ Fin de Tant que
Affichage :	Afficher t

Faire tourner cet algorithme « à la main » en complétant le tableau ci-dessous que l'on recopiera sur la copie.

Étapes	Valeur de t	Valeur de $f(t)$	Condition $f(t) < 11,9$	Affichage
étape 1	0	$f(0) = 2$	VRAIE	aucun
étape 2	1	$f(1) \approx 4,59$	VRAIE	aucun
…	…	…	…	…
étape 14	13	$f(13) \approx 11,80$		
étape 15				
étape 16				
étape 17				

2. À partir de quel instant t_0, arrondi à la seconde, peut-on considérer que la nacelle est stabilisée ?

3. Proposer une modification de l'algorithme précédent afin qu'il permette d'obtenir une valeur approchée de t_0 arrondie au dixième.

Exercice 2 **10 points**

Les quatre parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.
Dans cet exercice, les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-3}.

Une entreprise conçoit des composants électroniques pour l"industrie automobile.

A. Loi exponentielle

Cette entreprise fabrique notamment un certain type de transistors.

On note T la variable aléatoire qui, à un transistor de ce type prélevé au hasard dans la production, associe sa durée de fonctionnement exprimée en heures. On admet que T suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 5 \times 10^{-6}$.
On rappelle que :

— pour tout nombre réel positif t, on a $P(T \leqslant t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}$.

— l'espérance $E(T)$ de la variable aléatoire T est égale à $E(T) = \dfrac{1}{\lambda}$.

1. Déterminer $P(T \leqslant 5\,000)$.

2. Déterminer la probabilité qu'un transistor prélevé au hasard fonctionne plus de 10 000 heures.

3. *Cette question est une question à choix multiples. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie le réponse qui vous paraît exacte, On ne demande aucune justification.*
La réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

La durée moyenne de fonctionnement d'un transistor de ce type est :

environ 200 000 ans	environ 23 ans	environ un an

B. Probabilités conditionnelles

L'entreprise dispose de deux sites de production : un premier site désigné par « site A » et un second site désigné par « site B ». Ces deux sites produisent des transistors.
On admet que 80 % des transistors sont fabriqués sur le site A. On estime que 1 % des transistors fabriqués sur le site A sont défectueux, tandis que 3 % des transistors fabriqués sur le site B sont défectueux.
On prélève au hasard un transistor dans l'ensemble de la production de transistors de cette entreprise. Tous les transistors ont la même probabilité d'être prélevés.
On considère les évènements suivants :

A : « le transistor prélevé provient du site A » ;

B : « le transistor prélevé provient du site B » ;

D : « le transistor prélevé est défectueux ».

1. Donner, à partir des informations figurant dans l'énoncé, les probabilités $P(A)$, $P(B)$, $P_A(D)$ et $P_B(D)$. (On rappelle que $P_A(D)$ est la probabilité de l'évènement D sachant que l'événement A est réalisé).

2. **a.** Construire un arbre da probabilité ou un tableau correspondant à la situation.

b. Calculer $P(D)$.

3. Calculer la probabilité que le transistor prélevé provienne du site A sachant qu'il est défectueux.

C. Loi binomiale

Un constructeur automobile sous-traite à cette entreprise la fabrication des cartes d'acquisition GPS pour la navigation embarquée ce qui nécessite des transistors.
L'entreprise constitue à cet effet un stock important de transistors. On prélève au hasard dans ce stock 150 transistors pour vérification.
On note E l'évènement : « un transistor prélevé au hasard dans le stock est défectueux ».
On suppose que $P(E) = 0,014$. On suppose que le stock est suffisamment important pour assimiler le prélèvement des 150 transistors à un tirage avec remise.
On considère la variable aléatoire X qui à tout prélèvement de 150 transistors ainsi défini, associe le nombre de transistors défectueux.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Déterminer, à l'aide de la calculatrice $P(X = 2)$.
3. Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins un transistor défectueux parmi le prélèvement de 150 transistors.

D. Intervalle de confiance

Dans cette partie on s'intéresse à la fabrication de condensateurs. On souhaite estimer la proportion p de condensateurs non conformes dans l'ensemble de la production. Pour cela on prélève au hasard un échantillon de 200 condensateurs dans la production. Cette production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 200 condensateurs.
On constate que 12 condensateurs de cet échantillon ne sont pas conformes.

1. Donner une estimation ponctuelle de la proportion inconnue p de condensateurs non conformes dans la production.
2. Soit F la variable aléatoire qui à tout échantillon de 200 condensateurs ainsi prélevé dans la production, associe la fréquence de condensateurs non conformes.
   On suppose que F suit la loi normale de moyenne inconnue p et d'écart type $\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{200}}$.
   a. Déterminer un intervalle de confiance de la proportion p au niveau de confiance de 95 %.
   b. Est-on certain que la proportion p appartienne à cet intervalle de confiance ? Pourquoi ?

$8-0,3t^2$	$8-\dfrac{3}{100}t^2+t^2\epsilon(t)$ avec $\displaystyle\lim_{t\to+\infty}\epsilon(t)=0$	$8-\dfrac{3}{100}t^2+t^2\epsilon(t)$ avec $\displaystyle\lim_{t\to 0}\epsilon(t)=0$	$-\dfrac{3}{100}t^2+t^2\epsilon(t)$ avec $\displaystyle\lim_{t\to 0}\epsilon(t)=0$

2. *Cette question est une question à choix multiples. Une seule réponse est exacte.*
Recopier sur la copie la réponse qui vous parait exacte. On ne demande aucune justification.
La réponse juste rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

   Une équation de la tangente T est :

$y=-\dfrac{3}{100}t^2$	$y=8-\dfrac{3}{100}t^2$	$y=8$	$y=8t$

3. Étudier la position relative, au voisinage du point d'abscisse 0, de la courbe C et de la tangente T.

Exercice 2 **10 points**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.
Dans cet exercice, sauf mention du contraire, les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-4}.

Une entreprise de métallurgie conçoit des pièces pour l'industrie aéronautique.

A. Loi exponentielle

Cette entreprise fabrique un certain type de plaques métalliques destinées à la conception des carlingues d'avion. Une machine permet de découper ces plaques métalliques. de manière autonome. Cette machine nécessite d'être étalonnée régulièrement.
On considère que la durée de bon fonctionnement, exprimée en heure, entre deux étalonnages, est modélisée par une variable aléatoire T de loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2\times 10^{-4}$.
On rappelle que :

— pour tout nombre réel positif t, on a $P(T \leqslant t) = 1-\mathrm{e}^{-\lambda t}$,

— l'espérance $E(T)$ de la variable aléatoire T est égale à $E(T)=\dfrac{1}{\lambda}$.

1. Déterminer $P(T \leqslant 2000)$.
2. Déterminer la probabilité que la durée de bon fonctionnement de cette machine dépasse 10 000 heures.
3. Calculer $E(T)$ puis interpréter ce nombre dans le contexte.

B. Loi binomiale et approximation par une loi normale

l'entreprise fabrique également des billes d'acier destinées à l'élaboration de roulements à billes. On suppose que 0,5 % des billes fabriquées en usine présentent un défaut de fabrication.
On prélève au hasard un échantillon de 1 000 billes dans l'ensemble de la production (la production est assez importante pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à des tirages avec remise de 1 000 billes).
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement ainsi défini, associe le nombre de billes qui présentent un défaut de fabrication.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

2. **a.** Calculer $p(X=0)$. Interpréter le résultat obtenu.

b. En déduire la probabilité qu'au moins une bille de l'échantillon présente un défaut de fabrication.

3. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire X par la loi normale de moyenne 5 et d'écart type $2,2$.

On note Y une variable aléatoire suivant cette loi normale.

a. Justifier les valeurs des paramètres de cette loi normale.

b. Déterminer, à l'aide de cette approximation, la probabilité qu'il y ait au plus 7 billes présentant un défaut de fabrication dans le lot de 1 000 billes, c'est-à-dire calculer $P(Y \leqslant 7,5)$.

C. Test d'hypothèse

On se propose de construire un test d'hypothèse bilatéral pour contrôler la moyenne μ de l'ensemble des diamètres, en millimètre, des billes constituant la prochaine livraison à effectuer.
On note Z la variable aléatoire qui, à chaque bille prélevée au hasard dans la livraison, associe son diamètre en millimètre. La variable aléatoire Z suit une loi normale de moyenne inconnue μ et d'écart type $\sigma = 0,15$.
On désigne par $\overline{Z}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire de 100 billes prélevé dans la livraison, associe la moyenne des diamètres de ces billes. La livraison est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler ces prélèvements à des tirages avec remise.
L'hypothèse nulle H_0 est : « $\mu = 55$ », dans ce cas la livraison est dite conforme pour le diamètre.
L'hypothèse alternative H_1 est : « $\mu \neq 55$ ».
Le seuil de signification du test est fixé à 5 %.

1. On admet que, sous l'hypothèse nulle H_0, la variable aléatoire $\overline{Z}$ suit la loi normale de moyenne 55 et d'écart type $\sigma = 0,015$.

On souhaite déterminer, sous l'hypothèse nulle H_0, le réel positif h tel que
$P\left(55 - h \leqslant \overline{Z} \leqslant 55 + h\right) = 0,95$.

Cette question est un questionnaire à choix multiples. Une seule réponse est correcte.
Indiquer sur la copie la réponse correcte. On ne demande aucune justification.
La réponse correcte rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

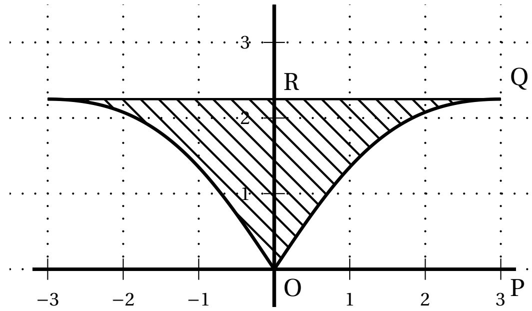
La valeur approchée de h arrondie au centième est :

0,02	0,03	0,04

2. Énoncer la règle de décision permettant d'utiliser ce test.

3. On prélève un échantillon aléatoire de 100 billes dans la livraison. La moyenne des diamètres des 100 billes de cet échantillon est $\overline{z} = 55,06$ mm.

Quelle est la conclusion du test ?



On désire calculer de façon précise l'aire $\mathscr{A}$ de la surface hachurée sur le dessin. Pour cela on dispose des données suivantes :

— la pièce est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées;

— le bord supérieur correspond à la droite d'équation $y = 2,25$;

— le bord inférieur droit correspond à la fonction g définie sur l'intervalle $[0;3]$ par :

$$g(x) = \frac{27x}{2x^2 + 18}.$$

1. *Cette question est une question à choix multiples. Une seule réponse est exacte.*
   Recopier sur la copie la réponse qui vous parait exacte. On ne demande aucune justification.
   La réponse juste rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

   L'aire $\mathscr{A}_1$ du rectangle OPQR, en unité d'aire (u. a.). est égale à :

3 u. a.	5,25 u. a.	6,75 u. a.

2. Un logiciel de calcul formel donne ci-dessous une primitive de la fonction g sur l'intervalle $[0;3]$, où c_1 est une constante. Ce résultat est admis et pourra être exploité dans les questions suivantes.

▷ Calcul formel	
1	$g(x) := 27 * x/(2 * x\hat{}2 + 18)$
•	$\rightarrow g(x) := 27 \cdot \dfrac{x}{2x^2 + 18}$
2	intégrale$(g(x))$
○	$\rightarrow \frac{27}{4} \ln\left(x^2 + 9\right) + c_1$

   Calculer l'aire $\mathscr{A}_2$, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par la courbe représentative de la fonction g, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$.

3. Déduire des questions précédentes l'aire $\mathscr{A}$ en unité d'aire. Arrondir au millième.

Exercice 2 **10 points**

Dans cet exercice, on s'intéresse à l'obsolescence programmée de certains modèles de smartphone. L'obsolescence programmée consiste à limiter volontairement la durée de vie d'un produit afin d'augmenter le taux de remplacement et accroître les profits.

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Dans cet exercice, sauf mention du contraire, les résultats sont à arrondir à 10^{-3}.

A. Probabilités conditionnelles

Une association de consommateurs a observé deux types d'obsolescence programmée sur une population de 200 smartphones.
La première est l'obsolescence technique, lorsqu'un composant tombe en panne et ne peut être remplacé. Cela concerne 3 % des smartphones étudiés.
La seconde est l'obsolescence logicielle, quand un produit est trop vieux pour être mis à jour et devient inutilisable ou incompatible. Cela concerne 8 % des smartphones étudiés.
De plus, parmi les smartphones touchés par l'obsolescence logicielle, on compte 12,5 % de smartphones également touchés par l'obsolescence technique.

1. À l'aide de l'énoncé, recopier sur la copie et compléter le tableau d'effectifs ci-dessous.

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique			
non touchés par l'obsolescence technique			
Total			200

2. On prélève au hasard un smartphone parmi les 200 étudiés.
On note T l'évènement : « le smartphone prélevé est touché par l'obsolescence technique »et L l'évènement : « le smartphone prélevé est touché par l'obsolescence logicielle ».

Donner, à partir des informations figurant dans l'énoncé, les probabilités $P(T)$, $P(L)$ et $P_L(T)$.
(On rappelle que $P_L(T)$ est la probabilité de l'évènement T sachant que l'évènement L est réalisé.)

3. À l'aide des questions précédentes, calculer les probabilités suivantes :

a. $P(T \cap L)$.

b. $P(T \cup L)$.

c. $P_T(L)$.

B. Loi binomiale

On s'intéresse dans cette partie à un modèle précis de smartphone appelé modèle A. On considère le stock de smartphones de modèle A tombés en panne et revenus au service après vente d'une société.
Dans ce stock, 4,5 % des smartphones sont non réparables (c'est-à-dire que la panne est causée par un composant non remplaçable).
On prélève un lot de 50 smartphones au hasard dans ce stock. On suppose ce stock suffisamment important pour assimiler ce prélèvement à des tirages avec remise. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque lot de 50 smartphones ainsi prélevé, associe le nombre de smartphones non réparables dans ce lot.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.

2. Calculer la probabilité que, dans un tel lot, tous les smartphones soient réparables.

3. On considère l'algorithme suivant. Dans cet algorithme, on note binom(n, p, i) la fonction permettant de calculer $P(X = i)$ lorsque X suit la loi binomiale de paramètres n et p.

$n \leftarrow 50$
$p \leftarrow 0,045$
$S \leftarrow 0$
Pour i allant de 0 à 3
  | $S \leftarrow S + \text{binom}(n, p, i)$
Fin Pour

Remarque : dans cet algorithme $n \leftarrow 50$ signifie que la valeur 50 est affectée à la variable n.

a. Faire tourner « à la main » cet algorithme, puis recopier et compléter le tableau ci-dessous.

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,1			
S	0,1			

b. Quelle est la valeur de la variable S à la fin de l'algorithme ? Interpréter le résultat.

4. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X. Interpréter le résultat.

C. Test d'hypothèse

L'opinion est très sensible à l'obsolescence programmée et, de ce fait, les fabricants de smartphones aussi. D'après un sondage issu de la presse écrite, 55 % des français pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée.

La marque B décide de vérifier ce résultat en organisant une enquête sur un échantillon aléatoire de 180 personnes et en construisant un test d'hypothèse bilatéral pour valider ou invalider le résultat du sondage paru dans la presse.

On note F la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire de 180 personnes, associe la fréquence des personnes déclarant que la marque B pratique l'obsolescence programmée.

On suppose que F suit la loi normale de moyenne p inconnue et d'écart type $\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{180}}$.
L'hypothèse nulle H_0 est : « $p = 0,55$ ».
L'hypothèse alternative H_1 est : « $p \neq 0,55$ ».
Le seuil de signification du test est fixé à 5 %.

1. *Cette question est une question à choix multiples. Une seule réponse est exacte.*
Recopier sur la copie la réponse qui vous paraît exacte. On ne demande aucune justification.
La réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

On admet que sous l'hypothèse nulle H_0, la variable aléatoire F suit la loi normale de moyenne $0,55$ et d'écart type $0,037$.

Soit h le réel positif, tel que, sous l'hypothèse H_0, $P(0,55 - h \leqslant F \leqslant 0,55 + h) = 0,95$.

La valeur approchée de h arrondie à 10^{-2} est :

0,05	0,06	0,07

2. Énoncer la règle de décision du test.

3. Sur l'échantillon aléatoire de 180 personnes interrogées, 76 pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée.
Quelle est la conclusion du test ?

EXERCICE 2 **10 points**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.
Dans cet exercice, sauf mention du contraire, les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-3}.

Un grand constructeur d'engins de travaux publics sous-traite la fabrication de chenilles et de pneumatiques à deux entreprises.

A. Événements indépendants

Dans la première entreprise, les pneumatiques produits sont soumis à un contrôle de qualité constitué de deux tests. On prélève au hasard un pneumatique après contrôle. On considère les évènements suivants :
A : « le pneumatique a validé le premier test » ;
B : « le pneumatique a validé le second test ».
Un pneumatique est dit conforme s'il a validé les deux tests.
Une étude statistique permet d'admettre que les probabilités des évènements A et B sont respectivement $P(A) = 0,98$ et $P(B) = 0,85$ et que les évènements A et B sont indépendants.
Calculer les probabilités des évènements suivants :

1. E_1 : « le pneumatique contrôlé est conforme » ;
2. E_2 : « le pneumatique contrôlé n'est pas conforme » ;
3. E_3 : « le pneumatique n'a validé qu'un seul des deux tests. ».

B. Loi exponentielle

Dans la seconde entreprise, fabriquant les chenilles, une machine est chargée d'assembler le barbotin moteur des chenilles. Le barbotin moteur est la roue dentée, à une ou deux rangées de dents, qui entraîne la chenille.
Cette machine nécessite d'être étalonnée très régulièrement. La durée de bon fonctionnement entre deux étalonnages, exprimée en heure, de cette machine est modélisée par une variable aléatoire T de loi exponentielle de paramètre λ.
On rappelle les formules suivantes :

Loi exponentielle	
$P(T \leqslant t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}$	$E(T) = \dfrac{1}{\lambda}$

1. Pour cette machine, l'entreprise a constaté que la durée moyenne de bon fonctionnement est 10 heures.
   Montrer que $\lambda = 0,1$.
2. **a.** Calculer $P(T \leqslant 20)$.
   b. Déterminer la probabilité que la durée de bon fonctionnement de cette machine dépasse 15 heures.
3. Déterminer la durée médiane de bon fonctionnement, c'est-à-dire la valeur t_0 telle que :

$$P(T \leqslant t_0) = 0,5.$$

C. Intervalle de confiance

Pour assurer la suspension de l'engin, de nombreux systèmes peuvent être utilisés : des balanciers, des bras oscillants, des ressorts à lames ou hélicoïdaux ou encore des suspensions hydropneumatiques.
Dans cette partie, on s'intéresse à la fabrication de ressorts hélicoïdaux. On souhaite estimer la proportion p de ressorts conformes dans l'ensemble de la production. Pour cela on prélève au hasard un échantillon de 50 ressorts parmi cette production (celle-ci est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise).
On constate que 44 ressorts de cet échantillon sont conformes aux normes fixées par le cahier des charges.

1. Donner une estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p des ressorts qui sont conformes aux normes dans l'ensemble de la production.
2. Soit$F$ la variable aléatoire qui à tout échantillon de 50 ressorts ainsi prélevé, associe la fréquence, dans cet échantillon, des ressorts conformes. On suppose que F suit la loi normale de moyenne p inconnue et d'écart type $\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}$.
   On fournit la formule suivante :

Intervalle de confiance d'une proportion à 95 %
$\left[t-1,96\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n}}\ ;\ t+1,96\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n}}\right]$

   a. Déterminer un intervalle de confiance centré sur f de la proportion p au niveau de confiance de 95 %.

   b. Peut-on affirmer que p est compris dans cet intervalle de confiance ? Pourquoi ?

Exercice 2 10 points

Les parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Dans le cadre du développement d'un de ses prototypes, une marque a demandé à ses équipementiers de développer des technologies et des composants l'aidant à créer un véhicule prototype consommant moins de 1 L au 100 km. Un équipementier a conçu des billes en céramique plus légères pour les roulements du prototype. Ces billes doivent avoir un diamètre de 12,7 mm.

Partie A : Loi normale

On note X la variable aléatoire qui, à chaque bille en céramique produite par l'équipementier, associe son diamètre exprimé en mm. On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale de moyenne $\mu = 12,7$ et d'écart-type σ.

1. *Cette question est une question à choix multiples. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie la réponse qui vous paraît exacte. On ne demande aucune justification. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de points.*
   On admet que : $P(12,6 \leqslant X \leqslant 12,8) \approx 0,95$.
   La valeur de l'écart-type σ est :

0,05	0,1	0,15	0,2

2. Donner la probabilité, arrondie au centième, qu'une bille prélevée au hasard dans la production de l'équipementier ait un diamètre strictement supérieur à 12,8 mm.

Partie B : Probabilités conditionnelles

L'équipementier propose ses billes en céramique plus légères à deux marques automobiles A et B.
On choisit au hasard une bille en céramique dans la production de l'équipementier.

On admet que :

- La probabilité que la bille soit achetée par la marque A est 0,3.
- La probabilité qu'elle soit achetée par la marque B est 0,7.
- Sachant qu'elle a été achetée par la marque A, la probabilité que la bille soit utilisée dans le roulement d'un nouveau prototype est 0,75.

On note :

- L'évènement A : « La bille en céramique est achetée par la marque A ».
- L'évènement B : « La bille en céramique est achetée par la marque B ».
- L'évènement R : « la bille en céramique vendue par l'équipementier est utilisée dans le roulement d'un nouveau prototype ».

E et F étant des évènements d'une expérience aléatoire, on désigne par $P(E)$ la probabilité que l'évènement E soit réalisé ; on suppose que $P(F) \neq 0$ et on note par $P_F(E)$ la probabilité que l'évènement E soit réalisé sachant F.

1. **a.** Donner la valeur de $P_A(R)$.
   b. Démontrer que : $P(A \cap R) = 0,225$.

2. On admet que la probabilité qu'une bille en céramique vendue par l'équipementier soit utilisée dans le roulement d'un nouveau prototype est : $P(R) = 0,9$.
   a. Justifier que $P(B \cap R) = 0,675$.
   b. En déduire la valeur arrondie au centième de $P_B(R)$.
3. Calculer la probabilité qu'une bille en céramique ait été achetée par la marque A sachant qu'elle est utilisée dans le roulement d'un nouveau prototype.

Partie C : Test d'hypothèse

L'équipementier veut vérifier que les billes en céramique ont un diamètre de 12,7 mm avant de les proposer à une marque et il commande un test d'hypothèse bilatéral au seuil de signification de 5 %.
On note Y la variable aléatoire qui, à chaque bille céramique produite par l'équipementier, associe son diamètre exprimé en mm. La variable aléatoire Y suit la loi normale de moyenne μ et d'écart-type $\sigma = 0,045$.
On prélève au hasard un échantillon de 200 billes en céramique dans la production de l'équipementier. Celle-ci est suffisamment grande pour assimiler ce prélèvement à un tirage successif avec remise de 200 billes.

On rappelle que la variable aléatoire $\overline{Y}$ qui, à tout échantillon prélevé au hasard de n billes en céramique dans la production de l'équipementier, associe la moyenne des diamètres des billes, suit la loi normale de moyenne μ et d'écart-type $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

- L'hypothèse nulle du test est : $H_0\ :\ \mu = 12,7$;
- l'hypothèse alternative est : $H_1\ :\ \mu \neq 12,7$.

Les résultats sont arrondis au millième.

1. **a.** Sous l'hypothèse H_0, justifier que la variable aléatoire $\overline{Y}$ suit la loi normale de paramètres 12,7 et d'écart-type 0,003.
   b. Calculer la valeur du réel h tel que, sous l'hypothèse H_0, on ait :
   $P(12,7 - h \leqslant \overline{Y} \leqslant 12,7 + h) = 0,95$.
2. Énoncer la règle de décision du test.
3. Sur un échantillon de 200 billes en céramique prélevé au hasard dans la production de l'équipementier, on a relevé un diamètre moyen de 12,71 mm.
   L'équipementier peut-il remettre en cause le diamètre annoncé des billes en céramique ?
   Justifier la réponse.