Retour sur les bases

1/Développer/Factoriser

DEVELOPPER	FACTORISER
Définition : Développer signifie transformer un **PRODUIT** en une **SOMME** d'éléments.	**Définition : Factoriser** signifie transformer une **SOMME** d'éléments en un **PRODUIT.**
On dit que l'on **développe** l'expression : **k(a + b)** Car on va transformer ce produit en une somme d'éléments. On peut s'aider des flèches pour distribuer : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$	On va factoriser l'expression : **k×a + k×b** car on a remarqué que dans chaque terme de la somme il y avait le nombre k en commun. On dit alors que **k va être mis en facteur**. On peut le souligner ou le mettre en couleur pour s'aider : $k \times a + k \times b = k \times (a + b)$

Application: Développer: 3(2x-1) 5(3-p)-3(7-2p) x(2x+3)-5x

Factoriser: x^2-2x 4(x-1)-(x-1)(x+1) (p+1)(p+2)-p-1

2/Double distributivité

La double distributivité et les signes :
Voici 3 types d'expressions que vous allez également rencontrer.
Il faut ABSOLUMENT tenir compte du signe des éléments quand vous développez.

1/ $(a - b)(c + d) = a \times c + a \times d - b \times c - b \times d$

2/ $(a - b)(c - d) = a \times c - a \times d - b \times c + b \times d$

3/ $(a + b)(c - d) = a \times c - a \times d + b \times c - b \times d$

Application: développer et réduire: (1-x)(3+x) (2x-1)(4x-1)-8x^2-1 (p-1)(-p^2+2p+1)

3/Identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b)=a^2 - b^2$

Application: trouver 3 intrus sachant qu'une forme développée est reliée à une unique forme factorisée

$4x^2 - 1$ $(2x - 1)(2x + 1)$ $(2x - 1)^2$ $2x^2 + 4x + 1$ $16x^2 - 1$ $2x^2 - 1$ $(4x + 1)^2$ $(4x - 1)^2$ $4x^2 + 4x + 1$ $4x^2 - 4x + 1$ $16x^2 + 8x + 1$ $16x^2 - 8x + 1$ $(2x + 1)^2$ $4x^2 + 8x + 1$ $(4x - 1)(4x + 1)$

4/Les fractions : simplifier

On simplifie le numérateur et le dénominateur par un même nombre : $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$

Application : simplifier: $\frac{27}{24}$ $\frac{104}{84}$ compléter: $\frac{4}{x} = \frac{....}{x^2}$ factoriser et simplifier: $\frac{z^2 - z}{z(z-2)}$

5/Les fractions : diviser

L'inverse du nombre a est $\frac{1}{a}$; l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ donc $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$ et donc $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Application : calculer : $\frac{\frac{3}{4}}{5}$ $\frac{\frac{-7}{4}}{-21}$ $\frac{\frac{-9}{4}}{\frac{-6}{5}}$ transformer : $\frac{\frac{1}{p+1}}{\frac{p+1}{4}}$ $\frac{\frac{x+2}{x-1}}{\frac{1}{x-1}}$

6/Les racines carrées

Pour a ≥ 0 $\sqrt{a^2} = a$	$(\sqrt{a})^2 = a$	$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Pour ne pas avoir de racine carrée au dénominateur, par exemple pour $\frac{1}{\sqrt{a}}$ on multiplie haut et bas par $\sqrt{a}$

7/Les puissances

$a^n \times a^p = a^{n+p}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

Application : calculer : $2^3 \times 2^4$ $3^3 \times 3^{-5}$ $\frac{10^3 \times 10^{-5}}{10^{-6} \times 10^3}$

8/Equation du premier degré à une inconnue

$x + b = c$ $x = c - b$	$ax = b$ $x = \frac{b}{a}$	$ax + b = c$ $x = \frac{c-b}{a}$

Application : résoudre :$x - 3 = 5$ $-2x = 4$ $3x + 4 = 5$ $3x - 2 = -2x + 4$ $(2x - 3)(5x - 4) = 2(2x - 3)^2$

9/Inéquation

C'est pareil que pour les équations sauf pour $ax \leq b$ qui devient $x \geq \frac{b}{a}$ quand a est négatif.

10/Système de deux équations à deux inconnues

Exemple : résoudre le système suivant :$\begin{cases} x + 2y = 8 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$

Méthode 1 : SUBSTITUTION	Méthode 2 : COMBINAISON LINEAIRE
• Isoler une variable dans une des 2 équations. • La remplacer dans l'autre équation. • Résoudre alors l'équation du premier degré. • Chercher la valeur de l'autre inconnue, en utilisant la valeur trouvée. • Conclure	• Choisir la variable à éliminer, par exemple x • Si besoin, modifier une équation, en multipliant par un nombre tous ces membres, afin que dans les deux équations, le coefficient de x soit le même. • Additionner ou soustraire les deux équations, membre à membre, afin d'éliminer x. • Résoudre l'équation par rapport à la variable y. • Trouver alors la valeur de x. • Conclure

Application : résoudre par substitution $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$ par combinaison linéaire $\begin{cases} 2a + 3b = 6 \\ a - 2b = 2 \end{cases}$

11/Equation du second degré à une inconnue et signe du trinôme

Résolutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

On calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta>0$ l'équation a deux solutions distinctes : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
- Si $\Delta<0$ l'équation n'a aucune solution.
- Si $\Delta=0$ l'équation a une solution unique : $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

Application : résoudre : $-3x^2-2x+1=0$ $x^2+3.2x+2.56=0$

Etude du signe de *ax² + bx + c*

	$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
	Solution de l'équation *ax² + bx + c* = 0		
	Aucune	$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$	$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
a>0 Parabole représentative			
Tableau de variation	*x* *f*(*x*)	*x* *f*(*x*)	*x* *f*(*x*)
Signe de *ax² + bx + c*	*x* *Signe de f*(*x*)	*x* *Signe de f*(*x*)	*x* *Signe de f*(*x*)
a<0 Parabole représentative			
Tableau de variation	*x* *f*(*x*)	*x* *f*(*x*)	*x* *f*(*x*)
Signe de *ax² + bx* +c	*x* *Signe de f*(*x*)	*x* *Signe de f*(*x*)	*x* *Signe de f*(*x*)

12/Polynôme et Identification

Un polynôme est une somme de puissance de x.

Un polynôme de degré n s'écrit sous la forme :$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots . + a_2x^2 + a_1x + a_0$

Identification : deux polynômes sont égaux s'ils ont le même degré et si les coefficients de même degré sont égaux.

Application : déterminer a b et c pour que :$2x^3 - x^2 - 7x + 2 = (x-2)(ax^2+bx+c)$

Une fonction est rationnelle si elle peut s'écrire sous la forme $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ où P(x) et Q(x) sont 2 polynômes avec Q(x)≠0

Réduire au même dénominateur : $\frac{1}{p} - \frac{1}{p+20}$

démontrer que :$\frac{z}{z-1} - \frac{20}{21}\left(\frac{z}{z-\frac{19}{21}}\right) = \frac{z(z+1)}{(z-1)(21z-19)}$

Identification de fonctions rationnelles : cela fonctionne de la même manière qu'avec les polynômes.

Exemple : déterminer a et b tels que :$\frac{7-p}{p^2+p-2} = \frac{a}{p+1} + \frac{b}{p-2}$

Exercice 1 : déterminer a, b et c tels que : $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x-3)(ax^2+bx+c)$

Exercice 2 : déterminer a et b tels que : $\frac{8}{p^2(p^2+4)} = \frac{a}{p^2} + \frac{b}{p^2+4}$