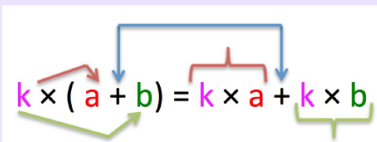
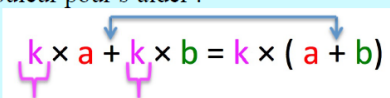


## Retour sur les bases

## 1/Développer/Factoriser

DEVELOPPER	FACTORISER
<b>Définition : Développer</b> signifie transformer un <b>PRODUIT</b> en une <b>SOMME</b> d'éléments.  On dit que l'on <b>développe</b> l'expression : $k(a + b)$ Car on va transformer ce produit en une somme d'éléments. On peut s'aider des flèches pour distribuer : 	<b>Définition : Factoriser</b> signifie transformer une <b>SOMME</b> d'éléments en un <b>PRODUIT</b> .  On va factoriser l'expression : $k \times a + k \times b$ car on a remarqué que dans chaque terme de la somme il y avait le nombre k en commun. On dit alors que k va être <b>mis en facteur</b> . On peut le souligner ou le mettre en couleur pour s'aider : 

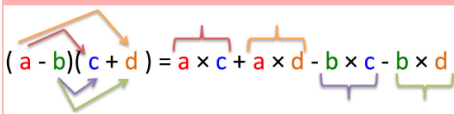
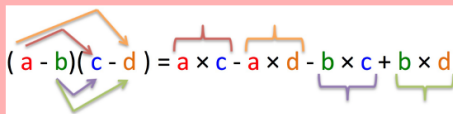
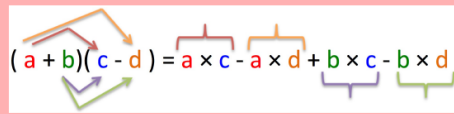
Application:	Développer:	$3(2x-1)$	$5(3-p)-3(7-2p)$	$x(2x+3)-5x$
	Factoriser:	$x^2-2x$	$4(x-1)-(x-1)(x+1)$	$(p+1)(p+2)-p-1$

## 2/Double distributivité

**La double distributivité et les signes :**

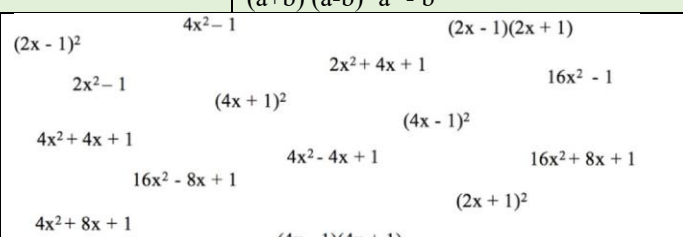
Voici 3 types d'expressions que vous allez également rencontrer.

Il faut ABSOLUMENT tenir compte du signe des éléments quand vous développez.

1/ 	2/ 	3/ 
--	--	---

Application: développer et réduire:	$(1-x)(3+x)$	$(2x-1)(4x-1)-8x^2-1$	$(p-1)(-p^2+2p+1)$
-------------------------------------	--------------	-----------------------	--------------------

## 3/Identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Application: trouver 3 intrus sachant qu'une forme développée est reliée à une unique forme factorisée		

## 4/Les fractions : simplifier

On simplifie le numérateur et le dénominateur par un même nombre :  $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$ 

Application : simplifier:	$\frac{27}{24}$	$\frac{104}{84}$	compléter: $\frac{4}{x} = \frac{\dots}{x^2}$	factoriser et simplifier: $\frac{z^2-z}{z(z-2)}$
---------------------------	-----------------	------------------	--	--

## 5/Les fractions : diviser

L'inverse du nombre a est  $\frac{1}{a}$ ; l'inverse de  $\frac{a}{b}$  est  $\frac{b}{a}$  donc  $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$  et donc  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Application : calculer :  $\frac{3}{\frac{4}{5}}$   $\frac{-7}{\frac{4}{-21}}$   $\frac{-9}{\frac{4}{-6}}$  transformer :  $\frac{1}{\frac{p+1}{4}}$   $\frac{x+2}{\frac{x-1}{x-1}}$

#### 6/Les racines carrées

Pour $a \geq 0$ $\sqrt{a^2} = a$	$(\sqrt{a})^2 = a$	$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
----------------------------------	--------------------	--	--

Pour ne pas avoir de racine carrée au dénominateur, par exemple pour  $\frac{1}{\sqrt{a}}$  on multiplie haut et bas par  $\sqrt{a}$

#### 7/Les puissances

$a^n \times a^p = a^{n+p}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
----------------------------	---	-----------------------------

Application : calculer :  $2^3 \times 2^4$   $3^3 \times 3^{-5}$   $\frac{10^3 \times 10^{-5}}{10^{-6} \times 10^3}$

#### 8/Equation du premier degré à une inconnue

$x + b = c$ $x = c - b$	$ax = b$ $x = \frac{b}{a}$	$ax + b = c$ $x = \frac{c - b}{a}$
-------------------------	----------------------------	------------------------------------

Application : résoudre :  $x - 3 = 5$   $-2x = 4$   $3x + 4 = 5$   $3x - 2 = -2x + 4$   $(2x - 3)(5x - 4) = 2(2x - 3)^2$

#### 9/Inéquation

C'est pareil que pour les équations sauf pour  $ax \leq b$  qui devient  $x \geq \frac{b}{a}$  quand  $a$  est négatif.

#### 10/Système de deux équations à deux inconnues

Exemple : résoudre le système suivant :  $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$

<b>Méthode 1 : SUBSTITUTION</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Isoler une variable dans une des 2 équations.</li> <li>La remplacer dans l'autre équation.</li> <li>Résoudre alors l'équation du premier degré.</li> <li>Chercher la valeur de l'autre inconnue, en utilisant la valeur trouvée.</li> <li>Conclure</li> </ul>	<b>Méthode 2 : COMBINAISON LINEAIRE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Choisir la variable à éliminer, par exemple <math>x</math></li> <li>Si besoin, modifier une équation, en multipliant par un nombre tous ces membres, afin que dans les deux équations, le coefficient de <math>x</math> soit le même.</li> <li>Additionner ou soustraire les deux équations, membre à membre, afin d'éliminer <math>x</math>.</li> <li>Résoudre l'équation par rapport à la variable <math>y</math>.</li> <li>Trouver alors la valeur de <math>x</math>.</li> <li>Conclure</li> </ul>
--	--

Application : résoudre par substitution  $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$  par combinaison linéaire  $\begin{cases} 2a + 3b = 6 \\ a - 2b = 2 \end{cases}$

#### 11/Equation du second degré à une inconnue et signe du trinôme

##### Résolutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ .

On calcule le discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$

- Si  $\Delta > 0$  l'équation a deux solutions distinctes :  $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ 
  - Si  $\Delta < 0$  l'équation n'a aucune solution.
- Si  $\Delta = 0$  l'équation a une solution unique :  $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

Application : résoudre :  $-3x^2 - 2x + 1 = 0$   $x^2 + 3.2x + 2.56 = 0$

### Etude du signe de $ax^2 + bx + c$

	$\Delta < 0$		$\Delta = 0$		$\Delta > 0$	
	Solution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$					
	Aucune		$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$		$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	
$a > 0$						
Parabole représentative						
Tableau de variation	$x$		$x$		$x$	
	$f(x)$		$f(x)$		$f(x)$	
Signe de $ax^2 + bx + c$	$x$		$x$		$x$	
	Signe de $f(x)$		Signe de $f(x)$		Signe de $f(x)$	
$a < 0$						
Parabole représentative						
Tableau de variation	$x$		$x$		$x$	
	$f(x)$		$f(x)$		$f(x)$	
Signe de $ax^2 + bx + c$	$x$		$x$		$x$	
	Signe de $f(x)$		Signe de $f(x)$		Signe de $f(x)$	

### 12/Polynôme et Identification

Un polynôme est une somme de puissance de x.

Un polynôme de degré n s'écrit sous la forme :  $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

Identification : deux polynômes sont égaux s'ils ont le même degré et si les coefficients de même degré sont égaux.

Application : déterminer a b et c pour que :  $2x^3 - x^2 - 7x + 2 = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$

Une fonction est rationnelle si elle peut s'écrire sous la forme  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$  où P(x) et Q(x) sont 2 polynômes avec Q(x) ≠ 0

Réduire au même dénominateur :  $\frac{1}{p} - \frac{1}{p+20}$       démontrer que :  $\frac{z}{z-1} - \frac{20}{21} \left( \frac{z}{z-\frac{19}{21}} \right) = \frac{z(z+1)}{(z-1)(21z-19)}$

Identification de fonctions rationnelles : cela fonctionne de la même manière qu'avec les polynômes.

Exemple : déterminer a et b tels que :  $\frac{7-p}{p^2+p-2} = \frac{a}{p+1} + \frac{b}{p-2}$

Exercice 1 : déterminer a, b et c tels que :  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$

Exercice 2 : déterminer a et b tels que :  $\frac{8}{p^2(p^2+4)} = \frac{a}{p^2} + \frac{b}{p^2+4}$