

Retour sur les bases

Les automatismes de calcul algébrique indispensables en électricité, instrumentation, régulation et traitement des signaux.

Pour chaque exercice, cherche d'abord sans aide. Ouvre un indice seulement si tu bloques, puis utilise le corrigé pour vérifier la méthode, le résultat et les unités.

Socle

Consolidation

Approfondissement

Défi CIRA

Calculatrice autorisée. Un bon technicien sait préparer son calcul, saisir correctement l'expression, interpréter l'affichage et contrôler la vraisemblance du résultat.

0. Choisir son parcours

Un seul chapitre, plusieurs portes d'entrée

Comment utiliser les niveaux ?

Tu hésites sur la règle

Commence par le Socle, puis poursuis en Consolidation.

Tu maîtrises déjà

Fais le mini-positionnement. S'il est entièrement juste, passe à l'Approfondissement ou au Défi CIRA.

Les niveaux ne sont pas des notes. Ils indiquent le rôle de l'exercice dans la progression.



Le contrôle technicien

À plusieurs reprises, on te demandera de contrôler : signe, ordre de grandeur, unité, valeur interdite, substitution dans l'expression initiale ou cohérence avec la situation physique.

1. Développer, réduire et factoriser

Passer d'un produit à une somme, puis retrouver les facteurs

À retenir

Développer : $k(a+b)=ka+kb$. Factoriser est l'opération inverse : $ka+kb=k(a+b)$.

Un signe moins placé devant une parenthèse change le signe de chacun de ses termes : $-(a-b)=-a+b$.

Chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde.

Exemple : $(2x-3)(x+4)=2x^2+8x-3x-12=2x^2+5x-12$.

Où cela sert en CIRA ?

À simplifier une expression d'impédance, mettre un facteur commun en évidence dans une fonction de transfert et développer des produits faisant intervenir la variable de Laplace p .

Mini-positionnement

Sans aide, calculer $3(x-2)$, $-2(x-3)$ et factoriser $5x+10$. Trois réponses justes : commencer à l'exercice 1.3.

Socle 1.1

Une parenthèse à la fois

À retenir — Multiplier chaque terme, puis seulement réduire.

Développer : a) $3(x+2)$; b) $3(x-2)$; c) $-3(x-2)$; d) $-4(2-x)$.

Consolidation 1.2

Développer, réduire, factoriser

Développer et réduire : a) $3(2R-1)$; b) $5(3-p)-3(7-2p)$; c) $R(2R+3)-5R$.

Factoriser : d) R^2-2R ; e) $4(R-1)-(R-1)(R+1)$; f) $(p+1)(p+2)-p-1$.

Approfondissement 1.3

Double distributivité et signes

Développer et réduire : a) $(1-R)(3+R)$; b) $(2R-1)(4R-1)-8R^2-1$; c) $(p-1)(-p^2+2p+1)$.

2. Identités remarquables

Reconnaître une structure avant de calculer

Les trois identités

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \quad \cdot \quad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \quad \cdot \quad (a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Attention : a^2+b^2 ne se factorise pas avec ces identités dans les nombres réels.

Mini-positionnement

Développer $(x+3)^2$ et factoriser x^2-25 . Deux réponses justes : passer à l'exercice 2.2.

Socle 2.1

Reconnaître puis appliquer

Développer : a) $(x+4)^2$; b) $(2x-3)^2$. Factoriser : c) x^2-16 ; d) $9x^2-25$.

Consolidation 2.2

Correspondances et expressions isolées

Associer les expressions qui représentent le même polynôme, puis repérer toutes celles qui restent sans partenaire :

$4x^2-1$, $(2x-1)(2x+1)$, $2x^2+4x+1$, $16x^2-1$, $(4x+1)^2$, $(4x-1)^2$, $4x^2+4x+1$, $4x^2-4x+1$.

3. Fractions

Valeurs interdites, simplification, addition et quotient

À retenir

Une fraction n'existe que si son dénominateur est non nul. On simplifie des **facteurs**, jamais les termes d'une somme.

$$(3x)/(3y)=(x)/(y), \text{ si } y \neq 0.$$

Dans $(x+3)/(x)$, on ne peut pas « supprimer les x ».

Addition : $(a)/(b)+(c)/(d)=(ad+bc)/(bd)$. Division : $(a)/(b) \div (c)/(d)=(a)/(b) \times (d)/(c)$, avec tous les dénominateurs non nuls.

Où cela sert en CIRA ?

À manipuler des impédances, des gains et des fonctions de transfert. Les valeurs interdites correspondent aux valeurs pour lesquelles l'expression n'est pas définie.

Mini-positionnement

Simplifier $18/24$, calculer $1/3+1/6$, donner la valeur interdite de $1/(p+2)$. Tout juste : commencer en 3.3.

Socle 3.1

Simplifier des facteurs

Simplifier : a) $18/24$; b) $6x/(9x)$; c) $6x^2/(9x)$; d) $x(x+2)/[x(x-3)]$. Indiquer les valeurs interdites.

Consolidation 3.2

Fractions numériques et littérales

a) Simplifier $27/24$ et $104/84$. b) Compléter $4/x=.../x^2$. c) Factoriser et simplifier $(z^2-z)/[z(z-2)]$.

Socle 3.3

Additionner et soustraire

Calculer : a) $2/5+1/5$; b) $1/3+1/6$; c) $3/4-2/3$; d) $1/p-1/(p+20)$, en indiquant les valeurs interdites.

Approfondissement 3.4

Multiplier et diviser des fractions

Calculer : a) $(3/4) \div (4/5)$; b) $(-7/-21) \div (-9/-6)$.

Transformer : c) $(1/(p+1))/(p+1)$; d) $((x+2)/(x-1))/(1/(x-1))$. Indiquer les restrictions.

4. Racines carrées

Saisir, calculer et contrôler

À retenir

Pour $a \geq 0$, $\sqrt{a^2} = |a|$. En particulier, une racine carrée est toujours positive ou nulle.

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \text{ pour } a, b \geq 0 \quad \cdot \quad \sqrt{a/b} = \sqrt{a}/\sqrt{b} \text{ pour } a \geq 0, b > 0$$

Socle 4.1

Calculatrice et parenthèses

a) Calculer $\sqrt{144}$, $\sqrt{2^2+3^2}$ et $10/\sqrt{2}$ au centième. b) Expliquer pourquoi $\sqrt{(-5)^2} = 5$, et non -5 .

Défi CIRA 4.2

Module d'une impédance et valeur efficace

1. Une impédance a pour composantes $R = 120 \, \Omega$ et $X = 160 \, \Omega$. Calculer $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$.
2. Pour $R = 47 \, \Omega$ et $X = 82 \, \Omega$, calculer $|Z|$ à l'ohm près.
3. Un signal sinusoïdal a $U_{\max} = 12,0 \, \text{V}$. Calculer $U_{\text{eff}} = U_{\max}/\sqrt{2}$ au dixième de volt.

5. Puissances de dix, préfixes et conversions

Relier l'écriture scientifique aux unités du technicien

Règles et préfixes usuels

$a^n a^p = a^{n+p}$, $a^n / a^p = a^{n-p}$, $a^{-n} = 1/a^n$.

Préfixe	Symbole	Facteur	Exemple
méga	M	10^6	$1 \text{ M}\Omega = 10^6 \Omega$
kilo	k	10^3	$1 \text{ k}\Omega = 10^3 \Omega$
milli	m	10^{-3}	$1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$
micro	μ	10^{-6}	$1 \text{ }\mu\text{A} = 10^{-6} \text{ A}$
nano	n	10^{-9}	$1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$

Mini-positionnement

Convertir 4,7 k Ω en ohms et 0,012 A en milliampères. Tout juste : passer à 5.2.

Consolidation 5.1

Calculer avec des puissances

Calculer : a) $2^3 \times 2^4$; b) $3^3 \times 3^{-5}$; c) $(10^3 \times 10^{-5}) / (10^{-6} \times 10^3)$.

Socle 5.2

Convertir des unités

Convertir : a) 4,7 k Ω en Ω ; b) 2,2 M Ω en Ω ; c) 12 mA en A ; d) 350 μA en mA ; e) 0,025 s en ms ; f) 2,5 MHz en Hz.

Défi CIRA 5.3

Loi d'Ohm avec préfixes

Calculer la tension $U=RI$ pour $R=4,7 \text{ k}\Omega$ et $I=12 \text{ mA}$.

6. Équations du premier degré

Faire la même opération des deux côtés

Méthode robuste

Une égalité reste vraie si l'on effectue la même opération sur ses deux membres. À la fin, vérifier la solution dans l'équation initiale.

Mini-positionnement

Résoudre $x-3=5$ et $-2x=4$, puis vérifier. Tout juste : commencer à 6.2.

Consolidation 6.1

Résoudre une équation

Résoudre : a) $x-3=5$; b) $-2x=4$; c) $3x+4=5$; d) $3x-2=-2x+4$; e) $(2x-3)(5x-4)=2(2x-3)^2$.

Défi CIRA 6.2

Droite d'étalonnage d'un capteur

Un capteur de température sur la plage 0–100 °C délivre un courant I en mA tel que $I=0,16T+4$, où T est en °C. Le courant mesuré vaut 13,2 mA. Calculer T .

7. Inéquations et plages admissibles

Attention au sens de l'inégalité

À retenir

Ajouter ou soustraire un même nombre conserve le sens. Multiplier ou diviser par un nombre négatif **inverse** le sens : si $-3x > 12$, alors $x < -4$.

Socle 7.1

Comparer les deux cas

Résoudre : a) $3x > 12$; b) $-3x > 12$; c) $-2x + 5 \leq 9$.

Défi CIRA 7.2

Seuil d'alarme

Une alarme de surpression se déclenche lorsque la pression p , en bar, vérifie $3p - 2 > 10$. Déterminer les pressions qui déclenchent l'alarme.

Approfondissement 7.3

Plage d'un transmetteur 4–20 mA

Le transmetteur précédent suit $I = 0,16T + 4$. Déterminer les températures correspondant à la plage admissible $4 \leq I \leq 20$ mA.

8. Systèmes de deux équations

Choisir la méthode la moins coûteuse

Deux méthodes

Substitution

Pratique lorsqu'une variable est déjà isolée.

Combinaison linéaire

Pratique lorsque des coefficients sont opposés ou faciles à rendre opposés.

Socle 8.1

Substitution directe

Résoudre $y = 2x + 1$ et $x + y = 7$.

Consolidation 8.2**Résoudre par la méthode indiquée**

- a) Par substitution : $2x-3y=7$ et $x+5y=-3$.
b) Par combinaison linéaire : $2a+3b=6$ et $a-2b=2$.

Défi CIRA 8.3**Étalonnage à deux points**

Un capteur de niveau suit $U=aL+b$. On mesure $U=1$ V pour $L=0,2$ m, puis $U=4$ V pour $L=1,4$ m. Déterminer a et b , avec leurs unités.

9. Équations du second degré et signe

Du discriminant au comportement d'un système

Résoudre $ax^2+bx+c=0$, avec $a \neq 0$

$\Delta=b^2-4ac$. Si $\Delta>0$, deux solutions ; si $\Delta=0$, une solution double $-b/(2a)$; si $\Delta<0$, aucune solution réelle.

Pour le signe : quand $\Delta>0$, le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe opposé entre elles.

Socle 9.1**Décomposer la méthode**

Pour $2x^2-5x-3=0$: identifier a,b,c , calculer Δ , prévoir le nombre de solutions, puis résoudre.

Consolidation 9.2**Résoudre deux équations**

- a) $3x^2-2x+1=0$. b) $x^2+3,2x+2,56=0$.

Défi CIRA 9.3**Régime d'un système du second ordre**

L'équation caractéristique est $r^2 + 6r + c = 0$. Déterminer selon c si le régime est apériodique ($\Delta > 0$), critique ($\Delta = 0$) ou oscillant ($\Delta < 0$).

10. Polynômes et identification

Comparer les coefficients d'expressions égales

Définition rigoureuse

Un polynôme s'écrit $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$. Deux polynômes sont égaux si et seulement si les coefficients de chaque puissance sont égaux, en complétant au besoin par des coefficients nuls.

Pour identifier des fractions rationnelles, on commence par préciser le domaine, puis on multiplie par un dénominateur commun non nul sur ce domaine avant de comparer les coefficients.

Socle 10.1**Lire les coefficients**

Compléter : $3x^2 - 5 = (a)x^2 + (b)x + c$. Puis déterminer a, b, c .

Approfondissement 10.2**Identifier après développement**

- a) Déterminer a, b, c tels que $2x^3 - x^2 - 7x + 2 = (x-2)(ax^2 + bx + c)$.
- b) Déterminer a, b, c tels que $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x-3)(ax^2 + bx + c)$.

Défi CIRA 10.3**Décomposer une fraction rationnelle**

- a) Déterminer a, b tels que $(7-p)/(p^2+p-2) = (a)/(p+2) + (b)/(p-1)$.
- b) Déterminer a, b tels que $(8)/(p^2(p^2+4)) = (a)/(p^2) + (b)/(p^2+4)$.

Application finale — Synthèse CIRA

Étalonner, convertir, résoudre et contrôler une chaîne de mesure

Défi CIRA S

Chaîne de mesure de température

Situation — Un transmetteur linéaire mesure de 0 à 150 °C et délivre de 4 à 20 mA. Le courant traverse une résistance de 250 Ω , ce qui produit une tension $U=RI$ envoyée à un automate.

1. On modélise $I=aT+b$, avec I en mA et T en °C. Utiliser les deux points d'étalonnage pour déterminer a et b .
2. Écrire la relation entre I et T .
3. Pour $T=96$ °C, calculer I , puis convertir ce courant en ampères.
4. Calculer la tension U aux bornes de la résistance.
5. L'automate déclenche une alarme si $U>4,2$ V. Déterminer la température minimale qui déclenche l'alarme.
6. Contrôler les unités, la plage et l'ordre de grandeur de tous les résultats.